

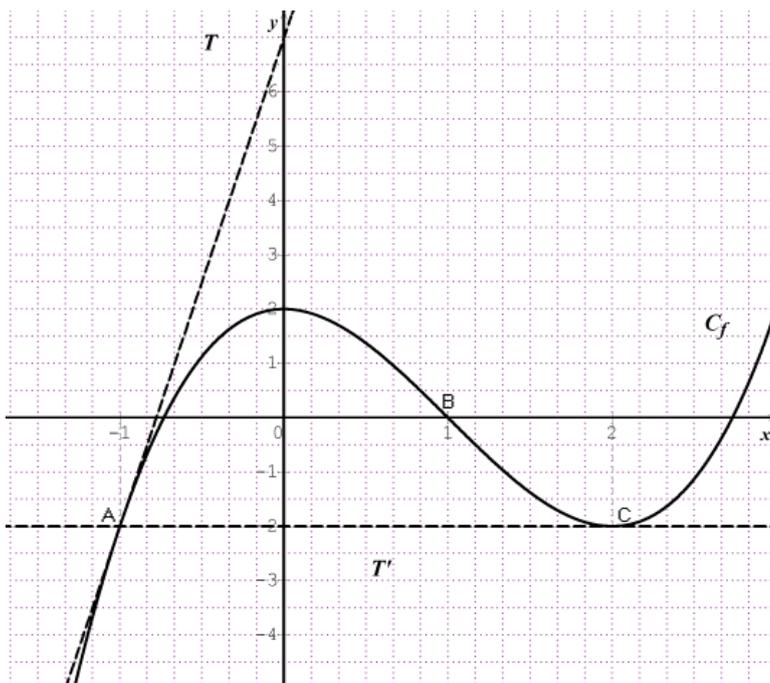
Première spécialité Mathématiques	<b>Devoir commun de mathématiques n°3</b>	Mardi 16 avril 2024
--------------------------------------	---	------------------------

**ATTENTION :** *Il est impératif de rendre l'énoncé avec votre copie ainsi que **tous** les brouillons utilisés.*

Exercice 1 : (2,5 pts)

On a tracé la courbe représentative  $C_f$  d'une fonction  $f$  ainsi que ses tangentes en  $-1$  notée  $T$  et en  $2$  notée  $T'$ .

- Donner  $f(-1)$
- Lire graphiquement  $f'(-1)$
- Déterminer l'équation de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point d'abscisse  $-1$
- Donner le nombre dérivé de  $f$  en  $2$
- Construire la tangente à la courbe  $C_f$  au point d'abscisse  $1$  sachant que  $f'(1) = -3$ .



Exercice 2 : ( 4 pts)

1) Calculer la dérivée de la fonction suivante :

$$f(x) = (x+1)(\sqrt{x}-1)$$

2) a) Calculer la dérivée de la fonction suivante :

$$g(x) = \frac{2x^2+3x-1}{x^2+3}$$

b) Déterminer l'équation de la tangente à  $C_g$  au point d'abscisse  $0$ .

Exercice 3 : ( 3,5 pts )

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-5 ; 5]$  par  $f(x) = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 2x - \frac{3}{2}$ .

- 1) Déterminer la dérivée de la fonction  $f$  sur  $[-5 ; 5]$ .
- 2) Etudier le sens de variations de  $f$  sur  $[-5 ; 5]$ . En déduire le tableau de variations de  $f$  sur  $[-5 ; 5]$ .
- 3) La courbe de  $f$  admet-elle des tangentes horizontales ? Si oui en quel(s) point(s) ?
- 4) **BONUS Déterminer en quel(s) point(s) la courbe représentative de  $f$  admet une tangente parallèle à la droite (d) d'équation :  $y = -2x + 3$ .**

Exercice 4 : ( 4 pts )

- 1) Montrer que la suite  $(U_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $U_n = -9n^2 + (3n - 1)^2$  est arithmétique. On précisera sa raison et son premier terme.
- 2) Montrer que la suite  $(V_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $V_n = \frac{5^n}{3^{n+1}}$  est géométrique. On précisera sa raison et son premier terme.
- 3) Montrer que la suite  $(W_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $W_n = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}n + 2^n$  n'est ni arithmétique, ni géométrique.

Exercice 6 : ( 6 pts )

Une personne loue un local à partir du 1er janvier 2023. Elle a le choix entre deux formules de contrat. Dans les deux cas, le loyer annuel initial (c'est-à-dire le loyer payé en 2023) est 24 000 € et le locataire s'engage à occuper le local pendant neuf années complètes.

**1) Contrat 1 : Le loyer annuel augmente de 4% par an.**

On note  $u_0$  le loyer payé la première année c'est-à-dire le loyer payé en 2023 et  $u_n$  le loyer payé en l'année  $(2023 + n)$ . Le loyer annuel augmente de 4% par an.

- a) Calculer  $u_1$  le loyer payé lors de la deuxième année.
- b) Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ . En déduire la nature de la suite  $(u_n)$  et donner ses caractéristiques.
- c) Donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ . En déduire  $u_8$  à  $10^{-2}$  près.
- d) Calculer la somme totale payée à l'issue des neuf années de contrat. Arrondir à un euro près.

**2) Contrat 2 : Le loyer annuel augmente de 1500 € par an.**

On note  $v_0$  le loyer payé la première année c'est-à-dire le loyer payé en 2023 ( $v_0 = 24000$ ) et  $v_n$  le loyer payé en l'année  $(2023 + n)$ . Le loyer annuel augmente de 1500 € par an.

- a) Calculer  $v_1$  le loyer payé lors de la deuxième année.
- b) Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$ . En déduire la nature de la suite  $(v_n)$  et donner ses caractéristiques.
- c) Donner l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ . En déduire  $v_8$ .
- d) Calculer la somme totale payée à l'issue des neuf années de contrat.
- e) Déterminer à partir de quelle année le loyer annuel double.

- 3) **Bilan** : Quel est le contrat le plus intéressant sur les 9 années ? Justifier.