NOM :……………………………Prénom :……………………Classe :….. Professeur :……………...

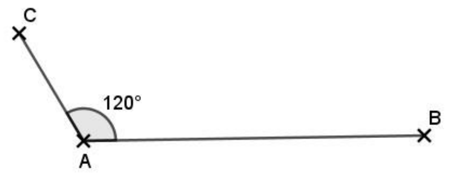
Spécialité Première	**Devoir commun de mathématiques n°2**	Mardi 16 janvier 2024

- Durée : 1h30
- Calculatrice autorisée
- ***Le sujet et les brouillons sont à rendre***

Exercice 1 : Produit scalaire

Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans chacun des cas suivants **en justifiant** :

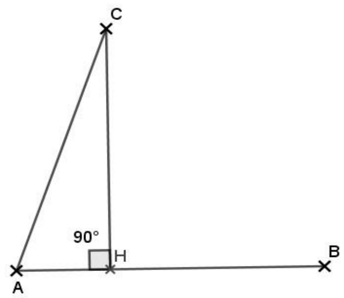
1)



AB = 7 AC = 3,5 $\widehat{BAC} = 120°$

2)

AB = 5 , AC = 4, CH = 3 et $\widehat{CHA} = 90°$



Exercice 2 : Produit scalaire

Soit EFGH un rectangle tel que EF = 6 et FG = 9

On place les points L et K définis par : $\overrightarrow{FL} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{HK} = \frac{3}{4}\,\overrightarrow{HG}$

1) En écrivant que $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HK}$ et $\overrightarrow{HL} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GL}$, calculer et simplifier le produit scalaire : $\overrightarrow{EK} \cdot \overrightarrow{HL}$
2) Que peut-on alors affirmer concernant les droites (EK) et (HL) ? Justifier.

Exercice 3 : Vecteurs et repères du plan

On considère trois points A, B et C, non alignés du plan.

1) Soient les points M, N et P, définis respectivement par :

- M est le milieu de [AC]
- $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$
- $\overrightarrow{BP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

a) Faire une figure

NOM :……………………………Prénom :……………………Classe :….. Professeur :……………...

b) Déterminer les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

c) Déterminer les coordonnées du point M dans le repère $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ en justifiant

d) Exprimer $\overrightarrow{AP}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. En déduire les coordonnées du point P dans le repère.

e) Déterminer les coordonnées du point N.

f) Montrer soigneusement que les points M, N et P sont alignés.

Exercice 4 : Problème sur le second degré

En 2028, une entreprise compte produire au plus 60 000 téléphones mobiles pour la France et les vendre 800 € l'unité.
On supposera que tous les téléphones produits sont vendus.

On s'intéresse dans cet exercice au bénéfice éventuel réalisé par l'entreprise

Après plusieurs études, les coûts, en euros, liés à la production, à la distribution et à la publicité, sont modélisés par :

$$C(x) = 0{,}01x^2 + 250x + 2\,500\,000$$

où x est le nombre d'exemplaires fabriqués et vendus.

1) Montrer que le bénéfice, selon le nombre x d'exemplaires produits et vendus, est défini sur [0 ;60 000] par : $B(x) = -0{,}01x^2 + 550x - 2\,500\,000$.
2) a) Etudier les variations de la fonction B sur [0 ;60 000]
   b) En déduire combien l'entreprise doit produire de téléphones pour réaliser un bénéfice maximal et donner la valeur de ce bénéfice maximal.

3) Déterminer le nombre de téléphones que doit produire l'entreprise pour réaliser un bénéfice.
4) Déterminer combien l'entreprise doit produire de téléphones pour réaliser un bénéfice de deux millions d'euros.

Exercice 5 : Produit scalaire

Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère trois points A(1 ;0), B(4 ;1) et C(2 ;5)

1) Faire une figure
2) Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$
3) En calculant ce produit scalaire autrement, déterminer la valeur exacte de cos $(\widehat{ABC})$
4) En déduire, au degré près, une mesure de l'angle $\widehat{ABC}$
5) Tracer le point C', le pied de la hauteur issue de C sur (AB). Calculer d'une autre manière le produit scalaire $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$. En déduire la valeur exacte de BC'.
6) Montrer que CC' = $\frac{7\sqrt{10}}{5}$ **(BONUS)**
7) En déduire l'aire du triangle ABC **(BONUS)**