Mardi 10 Octobre 2023 **1ère Spé Maths**

ÉVALUATION COMMUNE DE MATHÉMATIQUES N°1

NB : ***Le sujet ainsi que les feuilles de brouillon sont à remettre aux surveillants***

Exercice 1 (3,5 points)

Durée estimée : 15 min

Soit f une fonction du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ dont le tableau de variation est donné ci-après :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
Variations de f	↗	5	↘

De plus, on sait que $f(1) = 0$.

1) A l'aide des informations de l'énoncé, répondre aux questions suivantes en justifiant :
   a) Déterminer le signe de a.
   b) Déterminer le signe du discriminant.
   c) f admet-elle une deuxième racine ? Si oui, la déterminer.
2) a) Donner la forme canonique de la fonction f en fonction de a.
   b) Déterminer a puis conclure.

Exercice 2 (5,5 points)

Durée estimée : 25 min

Les questions sont indépendantes.

1) Déterminer le nombre de racines de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 2$.
2) Étudier le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 6x + 9$.
3) Résoudre les équations suivantes :
   a) $8x^2 - 5x - 2 = (2x+3)(x-1)$ b) $\dfrac{-2x^2 - 12x - 19}{x-4} = 0$
4) Résoudre l'inéquation : $-4x^2 + 20x - 25 \leq 0$.

Exercice 3 (7 points)

Durée estimée : 35 min

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x(x-5) - 2(x-8)$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1) Montrer que $f(x) = 2x^2 - 12x + 16$.
2) Déterminer les coordonnées du sommet de $\mathscr{C}_f$.
3) La fonction f admet-elle un extremum ?
   Si oui, déterminer sa valeur et indiquer en quelle valeur il est atteint.
4) Dresser le tableau de variation de f.
5) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
6) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des ordonnées.
7) Résoudre l'équation $2x^2 - 14x + 20 = 0$. En déduire les coordonnées des éventuels points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec la droite d'équation $y = 2x - 4$.

<u>Exercice 4</u> (4 points)
Durée estimée : 15 min

Un athlète s'entraîne au lancer de javelot.
Au moment du lancer, le lanceur tient le javelot de telle manière que la pointe se trouve à la hauteur du sommet de son crâne. Pendant sa course, on considère que les frottements qui s'exercent sur la pointe du javelot sont négligeables et que le javelot n'est soumis qu'à son poids.

La trajectoire de la pointe du javelot est modélisée par un arc de parabole.
On considère la fonction f, associée à la parabole, définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = -0{,}01x^2 + 0{,}56x + 1{,}77 \quad \textbf{\textit{(forme 1)}}$$

où x est la distance au sol, en mètres, parcourue par la pointe du javelot et $f(x)$ la hauteur, en mètres, de la pointe du javelot quand celle-ci se trouve à une distance au sol de x mètres du lanceur.

1) a) Montrer que $f(x) = -0{,}01(x-28)^2 + 9{,}61$. ***(forme 2)***
   b) Montrer que $f(x) = -0{,}01(x+3)(x-59)$. ***(forme 3)***
   c) Comment appelle-t-on chacune des trois formes ?
2) En indiquant à chaque fois l'expression la mieux adaptée, déterminer :
   a) la taille du lanceur.
   b) la distance à laquelle la pointe du javelot touche le sol.
   c) la hauteur maximale atteinte par la pointe du javelot.