

NOM : ..... Prénom : .....

**CORRIGÉ**

*Fait à*

Spé Maths Première (M Mangedard)	<b>Contrôle de mathématiques :</b>	Vendredi 05 avril 2024
	<i>Suites arithmétiques / Suites géométriques</i>	<b>SUJET B</b>

- Calculatrices autorisées

**Observations :**

**NOTE :**

**Exercice 1 :**

*Les questions de cet exercice sont indépendantes*

- 1) Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de raison 2 et de premier terme  $u_0 = -2$ . Calculer  $u_{10}$  en justifiant.

*$u_n = u_0 \times 2^n$*   
*D'au:  $u_{10} = -2 \times 2^{10} = -2^1 \times 2^{10} = -2^{11} = -2048$*

- 2) Soit  $(v_n)$  une suite arithmétique telle que  $v_{12} = 37$  et  $v_7 = 8$ . Calculer sa raison  $r$  en justifiant

*$v_n = v_p + (n-p) \times r$*   
*D'au:  $v_{12} = v_7 + (12-7) \times r$*   
 *$\Leftrightarrow 37 = 8 + 5r \Leftrightarrow r = \frac{29}{5}$*

- 3) Soit  $(w_n)$  une suite géométrique de raison  $r > 0$  telle que  $w_{12} = \frac{3}{4}$  et  $w_{14} = \frac{15}{2}$

Calculer  $w_{24}$  en justifiant

*$w_n = w_p \times r^{n-p}$*   
 *$\Leftrightarrow w_{14} = w_{12} \times r^2$*   
 *$\Leftrightarrow \frac{15}{2} = \frac{3}{4} \times r^2$*   
 *$\Leftrightarrow r^2 = \frac{15}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{30}{3} = 10$*   
*comme  $r > 0$ ,  $r = \sqrt{10}$*

*$w_{24} = w_{14} \times r^{24-14}$*   
 *$\Leftrightarrow w_{24} = \frac{15}{2} \times (\sqrt{10})^{10} = 750\,000$*

**Exercice 2 :**

Soit  $(u_n)$  définie par  $u_n = (\frac{5}{4})^n$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$

Montrer que  $(u_n)$  est une suite géométrique (on donnera la raison et le premier terme)

*$u_{n+1} = (\frac{5}{4})^{n+1} = (\frac{5}{4})^n \times \frac{5}{4} = u_n \times \frac{5}{4}$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$*   
*Donc:  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{5}{4}$  et de premier terme  $u_0 = (\frac{5}{4})^0 = 1$*

**Exercice 3 :**

Soit  $(v_n)$  définie par  $v_n = \frac{7}{n+1}$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}$

Montrer que  $(v_n)$  n'est pas arithmétique

*$v_0 = \frac{7}{0+1} = 7$*   
 *$v_1 = \frac{7}{1+1} = \frac{7}{2}$*   
 *$v_2 = \frac{7}{2+1} = \frac{7}{3}$*   
 *$v_1 - v_0 = \frac{7}{2} - 7 = \frac{7-14}{2} = -\frac{7}{2}$*   
 *$v_2 - v_1 = \frac{7}{3} - \frac{7}{2} = \frac{14-21}{6} = -\frac{7}{6}$*   
*On a:  $v_1 - v_0 \neq v_2 - v_1$ , donc  $(v_n)$  n'est pas une suite arithmétique*

**Exercice 4 :**

Calculer  $S = 5 + 15 + 45 + 135 + \dots + 32\,805$  en justifiant.

*Somme de termes d'une suite géométrique de raison 3 et de premier terme  $u_0 = 5$*   
 *$S = 5(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^8) = 5 \times \frac{1-3^{8+1}}{1-3}$  (car  $3 \neq 1$ )*  
 *$= 5 \times \frac{3^9 - 1}{2} = 49\,205$*