Spé Maths Première (M Mangeard)	**Corrigé du devoir de mathématiques :** *Dérivation*	Fait le vendredi 15 mars 2024 **SUJET A**

Exercice 1 : (Sur le sujet)

Soit f(x) = $-2x^2 + x - 1$

1) **Méthode 1 :** En utilisant un taux d'accroissement, déterminer f '(2)

Soit $h \neq 0$: $\tau(h) = \dfrac{f(2+h) - f(2)}{h}$, $f(2+h) = -2(2+h)^2 + (2+h) - 1$

$= -2(4+4h+h^2) + 2 + h - 1$

$= -8 - 8h - 2h^2 + h + 1$

$= -2h^2 - 7h - 7$

$\tau(h) = \dfrac{-2h^2 - 7h - 7 - (-2\times 2^2 + 2 - 1)}{h} = \dfrac{-2h^2 - 7h \cancel{-7} \cancel{+7}}{h} = \dfrac{\cancel{h}(-2h-7)}{\cancel{h}} = -2h - 7$

or, $-2h-7$ admet une limite finie quand $h \to 0$, d'où f est dérivable en 2

et $\lim\limits_{h\to 0} \tau(h) = \lim\limits_{h\to 0} -2h - 7 = -7 = f'(2)$

2) **Méthode 2 :** A l'aide des formules de dérivation, déterminer f '(2)

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ car c'est une fonction polynôme

on a : $f'(x) = -2\times 2x + 1 = -4x + 1$

d'où : $f'(2) = -4\times 2 + 1 = -7$

3) En déduire l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2

On a : $(T_2) : y = f'(2)(x-2) + f(2)$

d'où : $y = -7(x-2) + (-2\times 2^2 + 2 - 1)$

$y = -7x + 14 - 7$, d'où (T_2) admet pour équation réduite $y = -7x + 7$

Exercice 2 : (Sur le sujet)

Compléter le tableau suivant avec les formules correspondantes sans justifier : (u et v étant deux fonctions)

Fonctions	**Dérivées**
1) u + v	(u+v)' = $u' + v'$
2) (ku), k ∈ ℝ	(ku)'= $k \times u'$
3) uv	(uv)' = $u'v + uv'$
4) $\frac{u}{v}$	$(\frac{u}{v})' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$
5) $\frac{1}{u}$	$(\frac{1}{u})' = \dfrac{-u'}{u^2}$

Exercice 3 : (Sur le sujet)

Soit $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 7$ définie sur $\mathbb{R}$

1) Calculer f '(x) en justifiant

f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, car c'est une fonction polynôme

$f'(x) = 4 \times 3x^2 - 5 \times 2x$

$= 12x^2 - 10x$

a) En déduire f '(-1)

$f'(-1) = 12(-1)^2 - 10 \times (-1)$

$= 12 + 10 = 22$

b) Déterminer l'équation réduite de la droite (T_{-1}), droite tangente à la courbe de f au point d'abscisse -1

$(T_{-1}) : y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$

$\Leftrightarrow y = 22(x+1) + 4(-1)^3 - 5 \times (-1)^2 + 7$

$\Leftrightarrow y = 22x + 22 - 4 - 5 + 7$

$\Leftrightarrow y = 22x + 20$ équation réduite de (T_{-1})

Exercice 4 : (Sur votre copie)

Dans chacun des cas suivants, déterminer le domaine de définition, le domaine de dérivabilité et calculer la dérivée (en détaillant les étapes)

1) $f(x) = \frac{4x+3}{5x-6}$

Valeur interdite : $5x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow 5x = 6$

$\Leftrightarrow x = \frac{6}{5}$

f est donc définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{6}{5}\right\}$

f étant un quotient : f est dérivable partout où elle est définie

D'où : f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{6}{5}\right\}$

On pose : $u(x) = 4x + 3$ $\quad v(x) = 5x - 6$

$u'(x) = 4$ $\quad v'(x) = 5$

or, $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$, d'où : $f'(x) = \frac{4 \times (5x-6) - (4x+3) \times 5}{(5x-6)^2} = \frac{\cancel{20x} - 24 - \cancel{20x} - 15}{(5x-6)^2}$

$= \frac{-39}{(5x-6)^2}$

2) $g(x) = 3\sqrt{x}\,(2x^4 + 1)$

$x \longmapsto \sqrt{x}$ est définie sur $[0 ; +\infty[$ et dérivable sur $]0 ; +\infty[$

$x \longmapsto 2x^4 + 1$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, car c'est une fonction polynôme

D'où, g est définie sur $[0 ; +\infty[$ et dérivable sur $]0 ; +\infty[$

On pose : $u(x) = 3\sqrt{x}$ $\quad v(x) = 2x^4 + 1$

$u'(x) = 3 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\quad v'(x) = 2 \times 4x^3 = 8x^3$

$= \frac{3}{2\sqrt{x}}$

or, $(uv)' = u'v + uv'$

D'où : $g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}(2x^4+1) + 3\sqrt{x} \times 8x^3 = \frac{6x^4+3+48x^4}{2\sqrt{x}} = \frac{54x^4+3}{2\sqrt{x}}$

3) $h(x) = \frac{7}{8x^2+5}$

$8x^2+5 \neq 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$, d'où : h est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

On pose : $u(x) = 8x^2+5$

$u'(x) = 8 \times 2x = 16x$

or, $\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$ et $(kv)' = k \times v'$ $(k \in \mathbb{R})$

D'où : $h'(x) = 7 \times \left(-\frac{16x}{(8x^2+5)^2}\right) = \frac{-112x}{(8x^2+5)^2}$