NOM :.. ……………………………..Prénom :. ………………

Spé Maths Première	**Rattrapage du devoir de maths** *Dérivation /Suites arithmétiques/Suites géométriques*	Jeudi 16 mai 2024

- Calculatrice autorisée
- Durée : 45 min

Observations :

NOTE : **/20**

Total/20

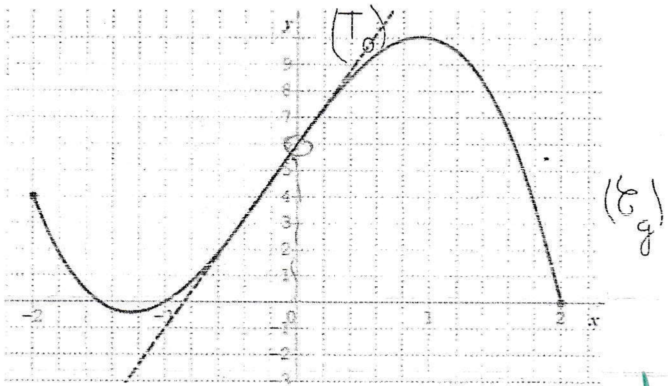
Exercice 1 : /5

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$, par $f(x) = \frac{5x^2+3}{x+1}$

1) Après avoir étudié la dérivabilité de f sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$, calculer f '(x) 1 2
2) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T_0) à la courbe de f au point d'abscisse 0 → Formule : 1 → résultat : 1

Exercice 2 : /3

On a représenté la courbe de g dans un repère du plan :



1) Déterminer par lecture graphique g(0) 0,5
2) Déterminer par lecture graphique g'(0) en justifiant justif. 1 + résult 0,5
3) En déduire l'équation réduite de (T_0), tangente à la courbe de g au point d'abscisse 0 1

Exercice 3 : /7

Soit $h(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 6x + 1$ définie sur [-1 ;2]

1) Calculer h'(x) → dérivabilité → 0,5 → calcul → 1
2) En déduire les variations de h sur [-1 ;2]. Dresser le tableau de variations de h sur cet intervalle. · calcul des rac. : 1 · justif signe : 1 · tableau de v : 2
3) Déterminer les extremums de h sur [-1 ;2] en justifiant. just : 1 mini : 0,5

/5 **Exercice 4 : Les deux questions sont indépendantes**

démo : 1,5 → raison : 0,5 1er terme : 0,5

2,5 1) Montrer que la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n = 7 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$ est géométrique. Donner sa raison et son premier terme.

2,5 2) Montrer que la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = (2n+1)^2$ n'est ni arithmétique, ni géométrique.

– cal des 3 termes : 1.
– pas arithm : 0,75
– pas géom : 0,75 } 1,5

Spé Maths 1ère

Corrigé du rattrapage du DS commun

Fait le 16/05

Exercice 1 : /5

$$f(x) = \frac{5x^2+3}{x+1} \quad \text{sur } \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

1) f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
or, un quotient est dérivable partout où il est défini, d'où :
f est dérivable sur $\mathbb{R} - \{-1\}$

On pose : $u(x) = 5x^2+3 \qquad v(x) = x+1$
$u'(x) = 5 \times 2x = 10x \qquad v'(x) = 1$

or, $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

D'où : $f'(x) = \frac{10x(x+1) - (5x^2+3) \times 1}{(x+1)^2}$

$$= \frac{10x^2 + 10x - 5x^2 - 3}{(x+1)^2}$$

Donc $f'(x) = \frac{5x^2+10x-3}{(x+1)^2}$

2) $(T_0) : y = f'(0)(x-0) + f(0)$
or, $f'(0) = \frac{-3}{1^2} = -3$ et $f(0) = \frac{3}{1} = 3$

D'où : $(T_0) : y = -3x + 3$ (équation réduite)

Exercice 2 : /3

1) Par lecture graphique, $g(0) = 6$

$g'(0)$: coefficient directeur de (T_0)

Par lecture graphique : $\underline{g'(0)} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{+7}{+1} = \underline{7}$

3) On a : $(T_0) : y = g'(0)(x-0) + g(0)$

$\Leftrightarrow \quad y = \underline{7x + 6}$: équation réduite de (T_0)

Exercice 3 : 7 $\quad h(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - 6x + 1$ sur $[-1;2]$

1) h est dérivable sur $[-1;2]$ car c'est une fonction polynôme

$h'(x) = \frac{2}{\cancel{3}} \times \cancel{3}x^2 + 2 \times 2x - 6$

$\underline{h'(x) = 2x^2 + 4x - 6}$

2) Étudions le signe de $h'(x)$:

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \times 2 \times (-6)$

$= 16 + 48 = 64 > 0$

D'où le trinôme admet deux racines réelles distinctes.

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4+8}{4} = 1$

$x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-4-8}{4} = -3$

or, le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines

avec $a = 2 > 0$

D'où :

x	-1		1		2
signe de $h'(x)$		$-$	0	$+$	

on obtient donc le tableau de variations de h sur $[-1;2]$:

x	-1		1		2
Signe de $h'(x)$		$-$	0	$+$	
Variation de h	$\frac{25}{3}$	$\searrow$	$-\frac{7}{3}$	$\nearrow$	$\frac{7}{3}$

$$h(-1) = -\frac{2}{3} + 2 + 6 + 1$$
$$= -\frac{2}{3} + \frac{6}{3} + \frac{18}{3} + \frac{3}{3} = \frac{25}{3}$$

$$h(1) = \frac{2}{3} + 2 - 6 + 1$$
$$= \frac{2}{3} + \frac{6}{3} - \frac{18}{3} + \frac{3}{3}$$
$$= -\frac{7}{3}$$

$$h(2) = \frac{2}{3} \times 8 + 2 \times 4 - 12 + 1$$
$$= \frac{16}{3} + \frac{24}{3} - \frac{36}{3} + \frac{3}{3}$$
$$= \frac{7}{3}$$

3) En $x = 1$, h' s'annule et change de signe d'où h admet un minimum local en $x = 1$

Ce minimum vaut $-\frac{7}{3}$

Exercice 4 : /5

1) $u_n = 7 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = 7 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} = \underbrace{7 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n}_{= u_n} \times \frac{3}{4}$$

d'où $u_{n+1} = \frac{3}{4} u_n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Donc (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{4}$ et de premier terme $u_0 = 7 \times \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 7$

2) $v_0 = (2 \times 0 + 1)^2 = 1$
$v_1 = (2 \times 1 + 1)^2 = 9$
$v_2 = (2 \times 2 + 1)^2 = 25$

on a $v_1 - v_0 = 9 - 1 = 8$
et $v_2 - v_1 = 25 - 9 = 16$

d'où : $v_1 - v_0 \neq v_2 - v_1$

Donc (v_n) n'est pas une suite arithmétique

De plus : $\frac{v_1}{v_0} = \frac{9}{1} = 9$ et $\frac{v_2}{v_1} = \frac{25}{9} \neq 9$

D'où $\frac{v_1}{v_0} \neq \frac{v_2}{v_1}$, donc (v_n) n'est pas une suite géométrique