Spé Première (M Mangeard)	**Corrigé du contrôle de maths :** *Racines carrées / Identités remarquables/ Equations*	Fait le mardi 04 octobre 2022

Exercice 1 :

1) Résoudre l'équation suivante en détaillant les étapes :

$$3x^2 - 7x + 4 = 0$$

$\begin{cases} a = 3 \\ b = -7 \\ c = 4 \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= (-7)^2 - 4 \times 3 \times 4$
$= 49 - 48 = 1 > 0$

D'où l'équation admet deux solutions réelles distinctes

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{7+1}{6} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$

$x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{7-1}{6} = 1$

Donc : $S = \left\{1 ; \dfrac{4}{3}\right\}$

2) En déduire une factorisation possible du trinôme f défini par $f(x) = 3x^2 - 7x + 4$

D'après 1), f possède deux racines réelles distinctes : $x_1 = \dfrac{4}{3}$ et $x_2 = 1$

f se factorise sous la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$

Donc : $f(x) = 3\left(x - \dfrac{4}{3}\right)(x - 1)$

Exercice 2 :

Résoudre l'inéquation suivante :

$$2x^2 - 7x + 5 > 0$$

$\begin{cases} a = 2 \\ b = -7 \\ c = 5 \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= (-7)^2 - 4 \times 2 \times 5$
$= 49 - 40 = 9 > 0$: d'où le trinôme admet deux racines réelles distinctes

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{7+3}{4} = \dfrac{10}{4} = \dfrac{5}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{7-3}{4} = 1$

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines

Or, $a = 2 > 0$

D'où : $2x^2 - 7x + 5 > 0$, pour tout $x \in]-\infty ; 1[\cup]\frac{5}{2} ; +\infty[$

Donc : $S =]-\infty ; 1[\cup]\frac{5}{2} ; +\infty[$

Exercice 3 :

Etudier le signe du trinôme suivant :

$$f(x) = -3x^2 + x - 2$$

$\begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 1^2 - 4 \times (-3) \times (-2)$
$= 1 - 24 = -23 < 0$, d'où le trinôme n'admet aucune racine réelle

Il est toujours du signe de a. Or, $a = -3 < 0$, donc $f(x) < 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$

Exercice 4 :

On considère la fonction g définie par : $g(x) = 9x^2 - 7x - 22$

On admet que g admet deux racines réelles distinctes.

1) Montrer que 2 est une racine de g soigneusement.

$g(2) = 9 \times 2^2 - 7 \times 2 - 22$

$= 9 \times 4 - 14 - 22$

$= 36 - 36 = 0$, d'où : 2 est une racine de g

2) En utilisant la somme ou le produit des racines, calculer la deuxième racine.

Si on note $x_1 = 2$ et x_2 : la deuxième racine de g

on a : $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$\Leftrightarrow 2 + x_2 = -\frac{-7}{9} = \frac{7}{9} \Leftrightarrow x_2 = \frac{7}{9} - 2 = \frac{7}{9} - \frac{18}{9} = -\frac{11}{9}$