

Spé maths Première (M Mangeard)	<u>Corrigé du contrôle de maths</u> <u>(Sujet B) :</u> <i>Second degré (trinômes / forme canonique / variations)</i>	Fait le mardi 20 septembre 2022
---------------------------------------	--	------------------------------------

Exercice 1 :

Montrer que les fonctions f et g suivantes sont des trinômes du second degré et on donnera leurs coefficients respectifs :

$f(x) = (5x - 2)(-x + 3)$ $f(x) = 5x \times (-x) + 5x \times 3 - 2 \times (-x) - 2 \times 3$ $= -5x^2 + 15x + 2x - 6$ $= -5x^2 + 17x - 6$ f est un trinôme du second degré car de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $\begin{cases} a = -5 \\ b = 17 \\ c = -6 \end{cases}$	$g(x) = x^4 - 6x^2 + 2 - (x^2 + 1)(x^2 - 1)$ $= x^4 - 6x^2 + 2 - ((x^2)^2 - 1^2)$ $= x^4 - 6x^2 + 2 - x^4 + 1$ $= -6x^2 + 3$ g est un trinôme du second degré car de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $\begin{cases} a = -6 \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases}$
---	--

Exercice 2 :

Déterminer la forme canonique de la fonction f ci-dessous par la méthode de votre choix en justifiant :

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 2 \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 2 \end{cases}$$

Méthode ①:

calcul de α : $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$

calcul de β : $\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{3}{4}\right) = 2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 3 \times \frac{3}{4} + 2$
 $= 2 \times \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + 2$
 $= \frac{9}{8} - \frac{18}{8} + \frac{16}{8}$
 $= \frac{7}{8}$

or, la forme canonique de f: $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$

d'où: $f(x) = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}$

Méthode ②:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 - 3x + 2 \\ &= 2\left(x^2 - \frac{3}{2}x\right) + 2 \\ &= 2\left[\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2\right] + 2 \\ &= 2\left[\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right] + 2 \\ &= 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{8} + \frac{16}{8} \end{aligned}$$

$f(x) = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}$ est la forme canonique de f avec:

$$\begin{cases} a = 2 \\ \alpha = \frac{3}{4} \\ \beta = \frac{7}{8} \end{cases}$$

Exercice 3 :

Déterminer les variations de g en justifiant. On dressera le tableau de variations :

$$g(x) = -3x^2 + x - 1 \quad \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$$

$a = -3 < 0$, d'où g est d'abord croissante, puis décroissante

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2(-3)} = \frac{1}{6}$$

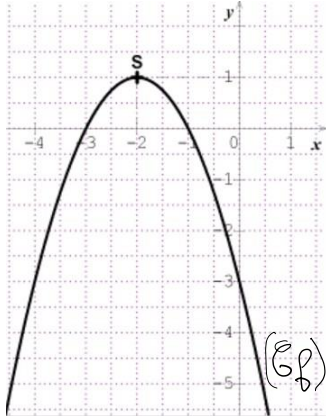
$$\begin{aligned} \beta = g(x) = g\left(\frac{1}{6}\right) &= -3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{1}{6} - 1 \\ &= -3 \times \frac{1}{36} + \frac{2}{12} - \frac{12}{12} \\ &= -\frac{1}{12} - \frac{10}{12} = -\frac{11}{12} \end{aligned}$$

D'où le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$
variations de g		$\frac{11}{12}$	

Exercice 4 :

A l'aide des données graphiques ci-dessous, déterminer en justifiant la forme canonique de f :



on a: $S(-2; 1)$, d'où $\begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = 1 \end{cases}$

or, la forme canonique de f est donnée par :

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x - \alpha)^2 + \beta \\ &= a(x + 2)^2 + 1 \end{aligned}$$

de plus, $f(0) = -3$

$$\text{d'où : } a(0+2)^2 + 1 = -3$$

$$\Leftrightarrow 4a + 1 = -3$$

$$\Leftrightarrow 4a = -4$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{4}{4} = -1$$

Donc: $\underline{f(x) = -(x+2)^2 + 1}$ forme canonique de f