NOM :……………………………………Prénom :…………………………………..

Spé maths Première (M Mangeard)	**Corrigé du contrôle de maths (Sujet A) :** *Second degré (trinômes / forme canonique/ variations)*	Fait le mardi 20 septembre 2022

Exercice 1 :

Montrer que les fonctions f et g suivantes sont des trinômes du second degré et on donnera leurs coefficients respectifs :

$f(x) = (2x + 1)(-x – 4)$	$g(x) = x^4 – 3x^2 + 5 – (x^2 + 1)(x^2 – 1)$
$f(x) = -2x^2 - 8x - x - 4$ $= -2x^2 - 9x - 4$ f est bien un trinôme du second degré car de la forme ax^2+bx+c avec $\begin{cases} a = -2 \\ b = -9 \\ c = -4 \end{cases}$	$= x^4 - 3x^2 + 5 - ((x^2)^2 - 1^2)$ $= \cancel{x^4} - 3x^2 + 5 - \cancel{x^4} + 1$ $= -3x^2 + 6$ g est bien un trinôme du second degré car de la forme ax^2+bx+c avec : $\begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \\ c = 6 \end{cases}$

Exercice 2 :

Déterminer la forme canonique de la fonction f ci-dessous par la méthode de votre choix en justifiant :

$$f(x) = 3x^2 – 7x + 1$$

Méthode 1 : $\begin{cases} a = 3 \\ b = -7 \\ c = 1 \end{cases}$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{7}{2\times 3} = \dfrac{7}{6}$

$\beta = f(\alpha) = f\left(\dfrac{7}{6}\right) = 3\left(\dfrac{7}{6}\right)^2 - 7\times\dfrac{7}{6} + 1$

$= 3\times\dfrac{49}{36} - \dfrac{49}{6} + 1$

$= \dfrac{49}{12} - \dfrac{98}{12} + \dfrac{12}{12}$

$= -\dfrac{37}{12}$

or, la forme canonique de f est $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

donc :

$f(x) = 3\left(x - \dfrac{7}{6}\right)^2 - \dfrac{37}{12}$

Méthode 2 :

$f(x) = 3x^2 - 7x + 1$

$= 3\left(x^2 - \dfrac{7}{3}x\right) + 1$

$= 3\left[\left(x - \dfrac{7}{6}\right)^2 - \left(\dfrac{7}{6}\right)^2\right] + 1$

$= 3\left[\left(x - \dfrac{7}{6}\right)^2 - \dfrac{49}{36}\right] + 1$

$= 3\left(x - \dfrac{7}{6}\right)^2 - \dfrac{49}{12} + \dfrac{12}{12}$

$= 3\left(x - \dfrac{7}{6}\right)^2 - \dfrac{37}{12}$ Forme canonique de f avec $\begin{cases} a = 3 \\ \alpha = \dfrac{7}{6} \\ \beta = -\dfrac{37}{12} \end{cases}$

NOM :……………………………………Prénom :…………………………………..

Exercice 3 :

Déterminer les variations de g en justifiant. On dressera le tableau de variations :

$$g(x) = -2x^2 + 3x - 2 \qquad \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$$

$a = -2 < 0$, d'où g est croissante, puis décroissante

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-3}{2\times(-2)} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

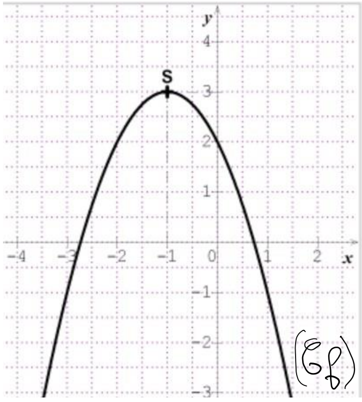
$$\beta = g(\alpha) = g\left(\frac{3}{4}\right) = -2\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3\times\frac{3}{4} - 2 = -2\times\frac{9}{16} + \frac{9}{4} - 2 = -\frac{9}{8} + \frac{18}{8} - \frac{16}{8} = -\frac{7}{8}$$

D'où le tableau de variations de g :

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
variations de g	↗	$-\frac{7}{8}$	↘

Exercice 4 :

A l'aide des données graphiques ci-dessous, déterminer en justifiant la forme canonique de f :



On a $S(-1;3)$, or $S(\alpha;\beta)$

d'où : $\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 3 \end{cases}$

or, la forme canonique de f est :

$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

d'où : $f(x) = a(x+1)^2 + 3$

on a : $f(0) = 2 \iff a\times 1 + 3 = 2$

$\iff a = 2 - 3 = -1$

D'où : la forme canonique de f est :

$f(x) = -(x+1)^2 + 3$