Spé maths première (M Mangeard)	**Corrigé du devoir de mathématiques :** Formules des dérivées	Lundi 03 avril 2023 **SUJET A**

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 3$

1) Déterminer f '(x)

f est dérivable sur ℝ car c'est une fonction polynôme

$f'(x) = 4 \times 3x^2 - 5 \times 2x$

$= 12x^2 - 10x$

2) En déduire l'équation de (T_{-2}) droite tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -2

$(T_{-2}) : y = f'(-2)(x-(-2)) + f(-2)$

or, $f'(-2) = 12 \times 4 - 10 \times (-2) = 48 + 20 = 68$

et $f(-2) = 4 \times (-2)^3 - 5 \times (-2)^2 + 3$

$= 4 \times (-8) - 20 + 3$

$= -32 - 17 = -49$

d'où : $y = 68(x+2) - 49$

$\Leftrightarrow y = 68x + 136 - 49$

$\Leftrightarrow y = 68x + 87$ (eq réduite de (T_{-2}))

Exercice 2 :

Soit $g(x) = \frac{3x+1}{5x-2}$

1) Déterminer le domaine de dérivabilité de g et 2) Calculer g'(x) en simplifiant l'expression obtenue.

Valeur interdite : $5x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow 5x = 2$

$\Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$

g est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{5}\right\}$ - g est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{5}\right\}$ car un quotient est dérivable partout où il est défini

On pose : $u(x) = 3x+1$ $\quad v(x) = 5x-2$

$u'(x) = 3$, $\quad v'(x) = 5$

or, $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

d'où : $g'(x) = \frac{3(5x-2) - 5(3x+1)}{(5x-2)^2} = \frac{\cancel{15x} - 6 - \cancel{15x} - 5}{(5x-2)^2}$

$= \frac{-11}{(5x-2)^2}$

Exercice 3 :

Soit h(x) = $5\sqrt{x}(3+2x^2)$

1) Déterminer le domaine de dérivabilité de h :

$x \longmapsto 5\sqrt{x}$ est dérivable sur $]0;+\infty[$ et $x \longmapsto 3+2x^2$ est dérivable sur $\mathbb{R}$

D'où : h est dérivable sur $]0;+\infty[$

2) Calculer h'(x).

$u(x) = 5\sqrt{x}$, $v(x) = 2x^2+3$

$u'(x) = 5 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\quad v'(x) = 4x$

or, $(uv)' = u'v + uv'$

D'où : $h'(x) = \frac{5}{2\sqrt{x}}(2x^2+3) + 5\sqrt{x} \times 4x$

$= \frac{5(2x^2+3)}{2\sqrt{x}} + \frac{20x\sqrt{x} \times 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

$= \frac{10x^2+15+40x^2}{2\sqrt{x}} = \frac{50x^2+15}{2\sqrt{x}}$

Exercice 4 : QCM

Chaque question n'admet qu'une seule bonne réponse. Cocher la case correspondante SANS JUSTIFICATION :

1) f(x) = $-\frac{5}{x}$	a) f '(x) = 0 ☐	b) f '(x) = $-\frac{5}{x^2}$ ☐	c) f '(x) = $\frac{5}{x^2}$ ☒	d) f '(x) = $\frac{5}{2x}$ ☐
2) g(x) = $\frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$	a) g'(x) = $\frac{-3x^2+1}{2\sqrt{x}(x^2+1)^2}$ ☒	b) g'(x) = $\frac{1}{4x\sqrt{x}}$ ☐	c) g'(x) = $\frac{5x^2+1}{2\sqrt{x}(x^2+1)^2}$ ☐	d) g'(x) = $-\frac{1}{4x\sqrt{x}}$ ☐
3) h(x) = $2x^3(1-x)^2$	a) h'(x) = $6x^2(1-x)^2$ ☐	b) h'(x) = $5x^4 - 8x^2 + x$ ☐	c) h'(x) = $2x^2(5x^2 - 8x + 3)$ ☒	d) h'(x) = $6x^2 - 8x^3 + 5x^4$ ☐