

Spé Maths Première (M Mangeard)	<u>Corrigé du devoir de</u> <u>mathématiques :</u> <i>Suites avec algorithmes et programmes en Python</i>	Fait le mardi 13 décembre 2022
---------------------------------------	---	-----------------------------------

Exercice 1 :

Soit (u_n) , la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2 \\ u_0 = -1 \end{cases}$$

- 1) Tabuler la suite précédente sur la calculatrice et compléter le tableau suivant (Arrondir les résultats à 10^{-3} près) :

n	u_n
4	4,617
7	5,530
10	5,873
15	5,984
20	5,998
23	5,999

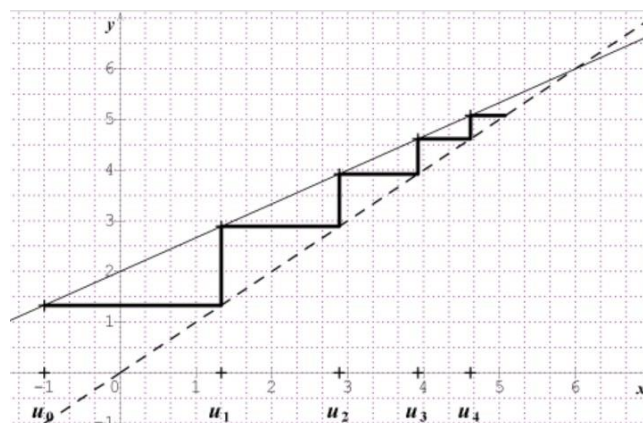
- 2) Conjecturer les variations de la suite (u_n) (faire une phrase)

(u_n) semble être une suite croissante

- 3) Conjecturer le comportement à l'infini de la suite (u_n) (faire une phrase)

u_n peut être rendu aussi proche que l'on veut de 6 pour n suffisamment grand
Notation : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 6$
 - - - - -

- 4) Dans le repère ci-dessous, représenter les cinq premiers termes de la suite par une construction géométrique (sans utiliser les valeurs numériques de ces termes). Laisser les traits de construction :



Le tracé précédent est-il en accord avec les conjectures faites en 2) et 3) ? Faire une phrase.

Plus n augmente, plus u_n se situe à droite sur l'axe des abscisses, d'où (u_n) semble effectivement croissante
 u_n semble se rapprocher de 6, pour n suffisamment grand
Le tracé est bien en accord avec les conjectures faites en 2) et 3)

5) En fait, l'expression de u_n en fonction de n est donnée par :

$$u_n = (-7) \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 6, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Etudier par calcul les variations de la suite (u_n)

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= (-7) \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} + 6 - (-7) \times \left(\frac{2}{3}\right)^n - 6 \\ &= (-7) \left(\frac{2}{3}\right)^n \left(\frac{2}{3} - 1\right) \\ &= (-7) \times \left(\frac{2}{3}\right)^n \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\ \text{or, } -7 < 0, \quad \left(-\frac{1}{3}\right) < 0 \quad \text{et} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^n > 0, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \\ \text{Par produit:} \quad u_{n+1} - u_n &> 0, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \\ \text{Donc: } (u_n) &\text{ suite strictement croissante} \end{aligned}$$

6) Compléter la fonction Python suivante qui permet de calculer u_n pour un n entré par l'utilisateur :

```
def u(n):
    u = -1
    for i in range(1, n+1):
        u = (2/3)*u + 2
    return u
```

7) On souhaite savoir à partir de quel indice n , $u_n > 5,999$

Pour y répondre, on propose les six algorithmes suivants. Entourer le numéro de celui qui permet de répondre au problème :

1	2	3
 n ← 0 Tant que u > 5,999 u ← (2/3)u + 2 n ← n + 1 FinTant que Afficher n 	 n ← 0 u ← -1 Tant que u > 5,999 u ← (2/3)u + 2 n ← n + 1 FinTant que Afficher u 	n ← 0 u ← -1 Tant que u ≤ 5,999 u ← (2/3)u + 2 n ← n + 1 FinTant que Afficher n
4	5	6
 n ← 0 u ← -1 Tant que u < 5,999 u ← (2/3)u + 2 n ← n + 1 FinTant que Afficher u 	 n ← 0 u ← -1 Tant que u ≥ 5,999 u ← (2/3)u + 2 n ← n + 1 FinTant que Afficher n 	 n ← 0 u ← -1 Tant que u ≤ 5,999 u ← (2/3)u + 2 n ← n + 1 FinTant que Afficher u

Traduire cet algorithme en Python dans le cadre ci-dessous :

```
n = 0 : u = -1
while u <= 5.999 :
    u = (2/3)*u + 2
    n = n + 1
print(n)
```

A l'aide de la calculatrice, quelle valeur de n obtient-on ?

on obtient $n = 22$

Exercice 2 :

Une association culturelle s'est ouverte il y a trois ans dans une ville. Au départ, 250 personnes se sont inscrites. Chaque année, 7% des adhérents ne renouvellent pas leur abonnement, et 120 nouveaux adhèrent.

Si on note a_n : le nombre d'adhérents à l'année $2019+n$. On a $a_0 = 250$

1) Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n en justifiant.

Chaque année, 93% des adhérents renouvellent leur inscription et 120 nouveaux rejoignent l'association.
D'où : $a_{n+1} = 0,93 \times a_n + 120$ (Pour déterminer le nombre d'adhérents d'une année en fonction de celui de l'année précédente)
avec $a_0 = 250$

2) En supposant que cette évolution se poursuive les années suivantes, on propose le programme en PYTHON suivant :

```
n=0
a=250
while a<=1000:
    a=0.93*a+120
    n=n+1
print(n)
```

Que permet de déterminer ce programme ? Faire une phrase.

Le programme permet de savoir au bout de combien d'années le nombre d'adhérents dépassera strictement 1000

A l'aide de la calculatrice, donner la valeur qui s'affiche.

on trouve $n = 10$