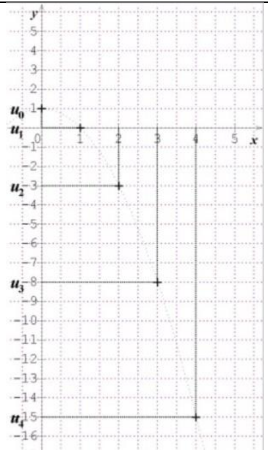
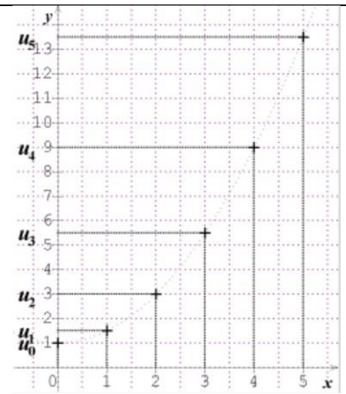
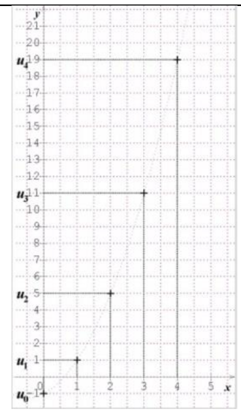
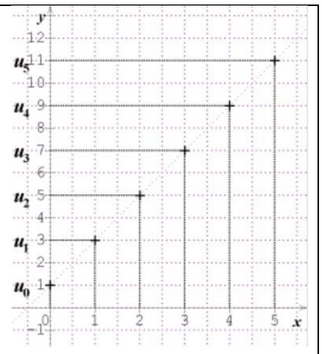
Spé Maths Première (M Mangeard)	**Corrigé du devoir de mathématiques :** *Suites (Partie 1)*	Lundi 21 novembre 2022 **SUJET B**

Exercice 1 :

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = n^2 + n - 1$

1) Voici quatre nuages de points. Cocher celui correspondant à la suite (u_n) en justifiant brièvement :

			
1	2	3	4

Le nuage de points correspondant à la suite (u_n) est le numéro :…3…………

Justification : L'expression de u_n est un binôme du second degré. Le nuage de points doit donc suivre la forme d'un arc de parabole orienté vers le haut (car $a = 1 > 0$)

D'autre part, $u_0 = -1$

2) **Conjecture :** La suite (u_n) semble-t-elle croissante ou décroissante ? (Entourer la bonne réponse)
3) Etudier les variations de la suite (u_n) :

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + n + \cancel{1} - \cancel{1} - (n^2 + n - 1)$$
$$= \cancel{n^2} + 2n + 1 + \cancel{n} - \cancel{n^2} - \cancel{n} + 1$$
$$= 2n + 2 > 0, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

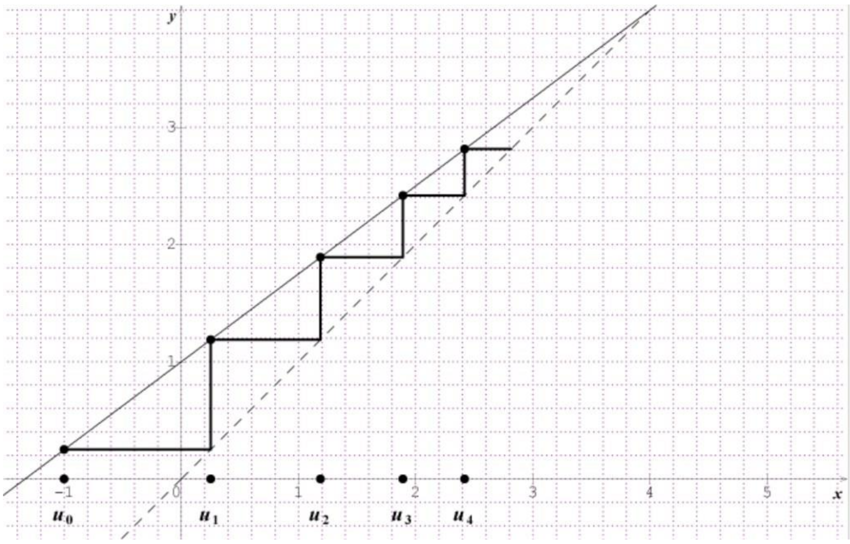
Donc (u_n) est une suite strictement croissante

Exercice 2 :

On considère la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $\begin{cases} v_{n+1} = \frac{3}{4} v_n + 1 \\ v_0 = -1 \end{cases}$

1) Dans le repère ci-dessous, on a tracé la droite d'équation $y = \frac{3}{4}x + 1$ et celle d'équation y = x (en pointillés).

Représenter dans ce repère les cinq premiers termes (sans les calculer). Laisser les traits de construction.



2) ***Conjecture sur les variations :*** (v_n) semble être une suite …croissante……..

3) Calculer v_1, v_2 et v_3 à la main en détaillant.

$v_1 = \frac{3}{4} \times v_0 + 1 = \frac{3}{4} \times (-1) + 1 = -\frac{3}{4} + \frac{4}{4} = \frac{1}{4}$

$v_2 = \frac{3}{4} v_1 + 1 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{16} + \frac{16}{16} = \frac{19}{16}$

$v_3 = \frac{3}{4} \times v_2 + 1 = \frac{3}{4} \times \frac{19}{16} + 1 = \frac{57}{64} + \frac{64}{64} = \frac{121}{64}$

4) A l'aide de la calculatrice, déterminer un arrondi de v_{20} à 10^{-3} près

$v_{20} \simeq 3{,}984$

5) Même question avec v_{30}. Vers quelle valeur semble se rapprocher v_n pour n suffisamment grand ?

$v_{30} \simeq 3{,}999$ – Par n suffisamment grand, v_n semble se rapprocher de 4 (c'est cohérent avec la représentation en escalier de la question 1))

Exercice 3 :

Etudier les variations de la suite (w_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $w_n = 2 \times \left(\frac{7}{5}\right)^n$

$$w_{n+1} - w_n = 2\times\left(\frac{7}{5}\right)^{n+1} - 2\times\left(\frac{7}{5}\right)^{n}$$

$$= \underbrace{2\times\left(\frac{7}{5}\right)^{n}}\times\left(\frac{7}{5}\right)^{1} - \underbrace{2\times\left(\frac{7}{5}\right)^{n}}\times 1$$

$$= 2\times\left(\frac{7}{5}\right)^{n}\left(\frac{7}{5} - 1\right)$$

$$= \underbrace{2\times\left(\frac{7}{5}\right)^{n}}_{>0}\times\underbrace{\frac{2}{5}}_{>0}$$

d'où : $w_{n+1} - w_n > 0$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Donc : (w_n) est une suite strictement croissante