

Exercice 1 :

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x^2 - 5x + 3 = 0$ $\begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \\ c = 3 \end{cases}$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-5)^2 - 4 \times 2 \times 3$$

$$= 25 - 24 = 1 > 0 : \text{d'où l'équation}$$

admet deux solutions réelles distinctes

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 + 1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - 1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Donc: $S = \left\{ \frac{3}{2}; 1 \right\}$

3) $25x^2 - 10x + 1 = 0$ $\begin{cases} a = 25 \\ b = -10 \\ c = 1 \end{cases}$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-10)^2 - 4 \times 25 \times 1$$

$$= 100 - 100 = 0 \text{ d'où l'équation admet une seule solution réelle}$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{10}{2 \times 25} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

Donc: $S = \left\{ \frac{1}{5} \right\}$

2) $4x^2 + 2x + 9 = 0$ $\begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \\ c = 9 \end{cases}$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 2^2 - 4 \times 4 \times 9$$

$$= 4 - 144 = -140 < 0$$

d'où l'équation n'admet aucune solution réelle

$S = \emptyset$

Exercice 2 :

Factoriser, si possible, le trinôme suivant :

$f(x) = 3x^2 - 2x + \frac{1}{3}$ $\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \\ c = \frac{1}{3} \end{cases}$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-2)^2 - 4 \times 3 \times \frac{1}{3}$$

$$= 4 - 4 = 0$$

d'où le trinôme n'admet qu'une seule racine réelle

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2 \times 3} = \frac{1}{3}$$

Donc: $f(x)$ se factorise sous la forme: $a(x - x_0)^2$

Par conséquent:

$f(x) = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$

Exercice 3 :

Soit $g(x) = -5x^2 - 7x + 6$

$$\begin{cases} a = -5 \\ b = -7 \\ c = 6 \end{cases}$$

1) Déterminer le nombre de racines de g

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-7)^2 - 4 \times (-5) \times 6 \\ &= 49 + 120 = 169 > 0 : \text{d'où le trinôme } g \text{ possède deux racines réelles distinctes} \end{aligned}$$

2) Calculer $g(-2)$. Que peut-on en déduire ? (Faire une phrase)

$$\begin{aligned} g(-2) &= -5(-2)^2 - 7 \times (-2) + 6 \\ &= -5 \times 4 + 14 + 6 \\ &= -20 + 20 = 0, \text{ d'où } -2 \text{ est une racine du trinôme } g \end{aligned}$$

3) En utilisant la somme ou le produit de racines, donner toutes les racines de g .

Notons $x_1 = -2$ et x_2 la deuxième racine.

$$\text{Ainsi : } x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} \quad (\text{produit des racines})$$

$$(\Rightarrow) -2x_2 = \frac{6}{-5}$$

$$(\Leftarrow) x_2 = \frac{\frac{6}{-5}}{-2} = \frac{6}{-5} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{5}$$

Donc : Les racines de g sont -2 et $\frac{3}{5}$