

Spé Maths Première (M Mangeard)	Corrigé du contrôle de mathématiques : (SUJET A) Second degré : trinômes, forme canonique, variations	Fait le jeudi 23 septembre 2021
---------------------------------------	---	------------------------------------

Exercice 1 :

total /15 → (20)

On considère deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par :

$$f(x) = (7x - 2)(-x + 1)$$

$$\text{et } g(x) = (5x + 3)(x^2 - 2) - 5x^3$$

Montrer que f et g sont bien des trinômes du second degré en justifiant et en donnant leurs coefficients respectifs.

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= (7x - 2)(-x + 1) \\ &= -7x^2 + 7x + 2x - 2 \\ &= -7x^2 + 9x - 2 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} f \text{ est bien un trinôme du second degré } (0,5) \\ \text{car } f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ avec } \begin{cases} a = -7 \\ b = 9 \\ c = -2 \end{cases} (1,5) \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= (5x + 3)(x^2 - 2) - 5x^3 \\ &= 5x^3 - 10x + 3x^2 - 6 - 5x^3 \\ &= 3x^2 - 10x - 6 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} g \text{ est bien un trinôme du second degré } (0,5) \\ \text{car } g(x) = ax^2 + bx + c, \text{ avec } \begin{cases} a = 3 \\ b = -10 \\ c = -6 \end{cases} (1,5) \end{array}$$

Exercice 2 :

Soit $h(x) = 3x^2 - 5x + 2$.

Déterminer la forme canonique de h par la méthode de votre choix en détaillant la démarche.

Méthode ① : $\begin{cases} a = 3 \\ b = -5 \\ c = 2 \end{cases} \quad \alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-5)}{2 \times 3} = \frac{5}{6} \quad (1,5)$

①

$$\begin{aligned} \beta &= h(\alpha) = h\left(\frac{5}{6}\right) \\ &= 3\left(\frac{5}{6}\right)^2 - 5 \times \frac{5}{6} + 2 \\ &= 3 \times \frac{25}{36} - \frac{25}{6} + 2 \quad (1,5) \\ &= \frac{25}{12} - \frac{50}{12} + \frac{24}{12} \\ &= -\frac{1}{12} \end{aligned}$$

or, $h(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{1}{12}$ (forme canonique de h) (1)

Méthode ②: $h(x) = 3x^2 - 5x + 2$

$$= 3 \left(x^2 - \frac{5}{3}x \right) + 2$$

$$= 3 \left[\left(x - \frac{5}{6} \right)^2 - \left(\frac{5}{6} \right)^2 \right] + 2$$

$$= 3 \left[\left(x - \frac{5}{6} \right)^2 - \frac{25}{36} \right] + 2$$

$$= 3 \left(x - \frac{5}{6} \right)^2 - \frac{3 \times 25}{3 \times 12} + \frac{24}{12}$$

$$= 3 \left(x - \frac{5}{6} \right)^2 - \frac{1}{12} : \text{forme canonique avec } \begin{cases} a = 3 \\ \alpha = \frac{5}{6} \\ \beta = -\frac{1}{12} \end{cases}$$

Exercice 3:

Soit $i(x) = -2x^2 + x - 1$

Dresser le tableau de variations de i en justifiant. La fonction i admet-elle un maximum ou un minimum sur $\mathbb{R}$? Justifier.

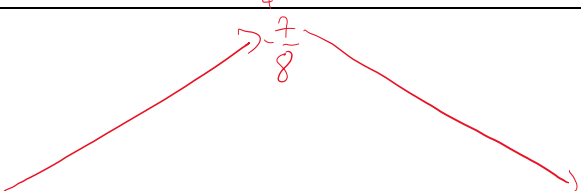
$$i(x) = -2x^2 + x - 1, \text{ avec } \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases}$$

$a = -2 < 0$, d'où i est d'abord croissante, puis décroissante ①

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2 \times (-2)} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4} \quad ①$$

$$\begin{aligned} \beta = i(\alpha) &= i\left(\frac{1}{4}\right) = -2\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} - 1 \\ &= -2 \times \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 1 \quad ① \\ &= -\frac{1}{8} + \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{7}{8} \end{aligned}$$

Le point $S\left(\frac{1}{4}; -\frac{7}{8}\right)$ est le sommet de la parabole représentant i .

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
Variations de i			

①