Spé Maths Première (M Mangeard)	**Corrigé du contrôle de mathématiques :** (SUJET B) Second degré : trinômes, forme canonique, variations	Fait le jeudi 23 septembre 2021

Exercice 1 : 7

On considère deux fonctions f et g définies sur ℝ respectivement par :

$$f(x) = (3x - 1)(-2x + 5) \qquad \text{et } g(x) = (2x + 6)(x^2 - 4) - 2x^3$$

Montrer que f et g sont bien des trinômes du second degré en justifiant et en donnant leurs coefficients respectifs.

$f(x) = (3x-1)(-2x+5)$
$= -6x^2 + 15x + 2x - 5$
$= -6x^2 + 17x - 5$ (1,5)

f est bien un trinôme du second degré car : (0,5)
$f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $\begin{cases} a = -6 \\ b = 17 \\ c = -5 \end{cases}$ (1,5)

$g(x) = (2x+6)(x^2-4) - 2x^3$
$= \cancel{2x^3} - 8x + 6x^2 - 24 - \cancel{2x^3}$
$= 6x^2 - 8x - 24$ (1,5)

g est bien un trinôme du second degré car : (0,5)
$g(x) = ax^2 + bx + c$, avec $\begin{cases} a = 6 \\ b = -8 \\ c = -24 \end{cases}$ (1,5)

Exercice 2 : 4

Soit $h(x) = 2x^2 - 4x + 1$.

Déterminer la forme canonique de h par la méthode de votre choix en détaillant la démarche.

Méthode ① : $h(x) = 2x^2 - 4x + 1$ avec $\begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = 1 \end{cases}$

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2\times 2} = \frac{4}{4} = 1$ (1,5)

$\beta = h(\alpha) = h(1) = 2\times 1^2 - 4\times 1 + 1 = 2 - 4 + 1$
$= -1$ (1,5)

or, $h(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ (1)
$= 2(x-1)^2 - 1$ (forme canonique de h)

Méthode ② : $h(x) = 2x^2 - 4x + 1$
$= 2(x^2 - 2x) + 1$
$= 2[(x-1)^2 - 1^2] + 1$ (2,5)
$= 2(x-1)^2 - 2 + 1$
$= 2(x-1)^2 - 1$ (forme canonique de h)

avec $\begin{cases} a = 2 \\ \alpha = 1 \\ \beta = -1 \end{cases}$ (1,5)

Exercice 3 : 4

Soit $i(x) = 8x^2 - 2x + 1$

Dresser le tableau de variations de i en justifiant. La fonction i admet-elle un maximum ou un minimum sur ℝ ? Justifier.

$i(x) = 8x^2 - 2x + 1$, avec $\begin{cases} a = 8 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$

$a = 8 > 0$, d'où la fonction i est d'abord décroissante, puis croissante. 1

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \times 8} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2} \times 8} = \frac{1}{8}$ 1

$\beta = i(\alpha) = i\left(\frac{1}{8}\right) = 8 \times \left(\frac{1}{8}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{8} + 1$

1 $= \frac{1}{8} - \frac{2}{8} + \frac{8}{8} = \frac{7}{8}$

le point $S\left(\frac{1}{8} ; \frac{7}{8}\right)$ est le sommet de la parabole représentant i

x	$-\infty$ $\qquad$ $\frac{1}{8}$ $\qquad$ $+\infty$
Variations de i	↘ $\frac{7}{8}$ ↗

1