Spé Maths Première (M Mangeard)	**Corrigé du contrôle de maths :** *Suites arithmétiques / Suites géométriques*	Fait le jeudi 07 avril 2022 **Sujet B**

Exercice 1 :

On considère trois suites (u_n) , (v_n) et (w_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ respectivement par :

$$u_n = 2n + 7 \text{ , } v_n = 6\times\left(\frac{4}{5}\right)^n \text{ et } w_n = 1 - \frac{5}{n}$$

1) Montrer que (u_n) est arithmétique

Soit $n \in \mathbb{N}$,

$u_{n+1} - u_n = 2(n+1)+7 - (2n+7)$

$= \cancel{2n} + 2 + \cancel{7} - \cancel{2n} - \cancel{7}$

$= 2$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Donc : (u_n) est une suite arithmétique de raison 2

2) Etudier les variations de la suite (u_n) en justifiant.

D'après la question 1), $u_{n+1} - u_n = 2 > 0$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Donc : (u_n) est une suite strictement croissante

3) Montrer que (v_n) est géométrique

Soit $n \in \mathbb{N}$:

$v_{n+1} = 6 \times \left(\frac{4}{5}\right)^{n+1}$

$= \underbrace{6 \times \left(\frac{4}{5}\right)^n}_{v_n} \times \left(\frac{4}{5}\right)$

$v_{n+1} = \frac{4}{5} \times v_n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

Donc : (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{4}{5}$

4) Montrer que (w_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

$w_1 = 1 - \frac{5}{1} = 1 - 5 = -4$ $\quad w_2 = 1 - \frac{5}{2} = \frac{2}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$

$w_3 = 1 - \frac{5}{3} = \frac{3}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{2}{3}$

On a : $w_2 - w_1 = -\frac{3}{2} + 4 = -\frac{3}{2} + \frac{8}{2} = \frac{5}{2}$

et $w_3 - w_2 = -\frac{2}{3} + \frac{3}{2} = -\frac{4}{6} + \frac{9}{6} = \frac{5}{6}$

d'où : $w_2 - w_1 \neq w_3 - w_2$, donc (w_n) n'est pas une suite arithmétique

$\frac{w_2}{w_1} = \frac{-\frac{3}{2}}{-4} = -\frac{3}{2} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{8} = \frac{27}{72}$ et $\frac{w_3}{w_2} = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9} = \frac{32}{72}$

d'où : $\frac{w_2}{w_1} \neq \frac{w_3}{w_2}$, donc (w_n) n'est pas géométrique

Exercice 2 :

1) (t_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{4}$ et de premier terme $t_0 = 2$

a) Exprimer (t_n) en fonction de n

Comme (t_n) est géométrique, $t_n = t_0 \times q^n$

$t_n = 2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

b) Calculer t_{12} en justifiant

$t_{12} = 2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{12}$

$\simeq 0,06$

2) (s_n) est une suite arithmétique telle que $s_{10} = 105$ et $s_3 = 28$

a) Calculer la raison r de la suite en justifiant.

Comme (s_n) est arithmétique, $s_{10} = s_3 + (10-3) \times r$

$\Leftrightarrow 105 = 28 + 7r$

$\Leftrightarrow 105 - 28 = 7r$

$\Leftrightarrow 77 = 7r$

$\Leftrightarrow 11 = r$

b) Calculer s_{16} en justifiant

comme (s_n) arithmétique, $s_{16} = s_{10} + (16-10) \times 11$

$= 105 + 6 \times 11$

$= 105 + 66$

$= 171$

3) a) Calculer en justifiant $t_0 + t_1 + t_2 + \ldots + t_{20}$

Comme (t_n) géométrique,

$t_0 + t_1 + t_2 + \ldots + t_{20} = 1^{er}\text{terme} \times \frac{1 - \text{raison}^{\text{nbre de termes}}}{1 - \text{raison}}$

$= t_0 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{21}}{1 - \frac{3}{4}}$

$= 2 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{21}}{\frac{1}{4}} = 8\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{21}\right)$

$\simeq 8$

b) Calculer en justifiant $s_0 + s_1 + s_2 + \ldots + s_{20}$

comme (s_n) est arithmétique,

$s_0 + s_1 + s_2 + \ldots + s_{20} = \text{nbre de termes} \times \frac{1^{er}\text{terme} + \text{dernier terme}}{2}$

$$= 21 \times \frac{S_0 + S_{20}}{2}$$

or, $S_0 = S_3 + (0-3) \times 11$

$= 28 - 33 = \underline{-5}$

$S_{20} = S_3 + (20-3) \times 11$

$= 28 + 17 \times 11$

$= 28 + 187$

$= 215$

Donc : $\underbrace{S_0 + S_1 + S_2 + \dots + S_{20}} = 21 \times \frac{-5+215}{2} = 21 \times \frac{210}{2}$

$= 21 \times 105$

$= \underline{2205}$