Spé Maths Première (M Mangeard)	**Corrigé de l'évaluation de mathématiques :** - *Suites : Algorithmes/Programmes Python* - *Vecteurs*	Faite le jeudi 17 décembre 2020

Exercice 1 :

On considère l'algorithme suivant :

```
N←25
U←-1
S←U
Pour I allant de 1 à N
   U← (1/2) *U – 5
   S←S + U
FinPour
Afficher S
```

1) Que fait cet algorithme ? Faire des phrases.

Il calcule la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_{25}$ (= somme des 26 premiers termes) de la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 5 \\ u_0 = -1 \end{cases}$

2) Traduire cet algorithme en PYTHON :

```
N=25
U=-1
S=U
for i in range(1,N+1):
    U=(1/2)*U-5
    S=S+U
print(S)
```

Exercice 2 :

1) On souhaite calculer le plus petit rang à partir duquel $u_n > 50\,000$ sachant que : $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 3 \\ u_0 = 1 \end{cases}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

a) Compléter le programme suivant pour répondre à ce problème :

```
u=..1.....
n=0
while u<=50 000:
    u=.2*u+3..
    n=.n+1...
print(.n.)
```

b) A l'aide de la calculatrice, déterminer cet entier : ..n = 14

(en effet, pour $n = 13$, on a $u_{13} = 32\,765$ et $u_{14} = 65\,533$)

2) Ecrire un programme similaire pour la suite (v_n) définie par : $\begin{cases} v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n \\ v_0 = 50 \end{cases}$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

afin de déterminer le plus petit entier naturel n à partir duquel : $v_n < 0{,}01$

```
V = 50
n = 0
while V >= 0.01 :
    V = 0.5*V
    n = n+1
print(n)
```

A la calculatrice, déterminer la valeur de cet entier ……$n = 13$…….. (pour $n = 12$, $u_{12} \simeq 0{,}0122$ et $u_{13} \simeq 0{,}006$)

Exercice 3 :

Soient A(-1 ;4), B(2 ;-5) et C(4 ;-11) dans un repère orthonormal du plan.

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$
$(2+1 ; -5-4)$
$(3 ; -9)$

$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A ; y_C - y_A)$
$(4+1 ; -11-4)$
$(5 ; -15)$

2) Calculer $\det(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})$

$\det(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -9 & -15 \end{vmatrix} = 3\times(-15) - (-9)\times 5 = -45 + 45 = 0$

3) Que peut-on dire des points A, B et C ? Justifier.

Comme $\det(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC}) = 0$, alors $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et donc A, B et C sont alignés

4) Calculer les coordonnées des points M et N, milieux respectifs des segments [AB] et [AC]

Comme M milieu de [AB] :

$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-1+2}{2} = \dfrac{1}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{4+(-5)}{2} = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Donc : M a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$

Comme N est milieu de [AC],

$\begin{cases} x_N = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-1+4}{2} = \dfrac{3}{2} \\ y_N = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{4+(-11)}{2} = -\dfrac{7}{2} \end{cases}$

Donc : N a pour coordonnées $\left(\frac{3}{2} ; -\frac{7}{2}\right)$

5) Calculer MN et BC. Comparer les deux valeurs obtenues.

$MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$
$= \sqrt{\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{7}{2} + \frac{1}{2}\right)^2}$
$= \sqrt{1^2 + (-3)^2}$
$= \sqrt{1 + 9}$
$= \sqrt{10}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$
$= \sqrt{(4-2)^2 + (-11+5)^2}$
$= \sqrt{2^2 + (-6)^2}$
$= \sqrt{4 + 36}$
$= \sqrt{40} = 2\sqrt{10} = 2\times MN$

Donc : $BC = 2\times MN$

6) On considère le point D tel que : $\overrightarrow{DB} = 4\overrightarrow{DC}$. Calculer les coordonnées du point D.

Soient $(x_D ; y_D)$, les coordonnées du point D

$\overrightarrow{DB} \begin{pmatrix} x_B - x_D ; y_B - y_D \end{pmatrix}$ $\quad$ $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D ; y_C - y_D \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 - x_D ; -5 - y_D \end{pmatrix}$ $\quad$ $\begin{pmatrix} 4 - x_D ; -11 - y_D \end{pmatrix}$

Comme $\overrightarrow{DB} = 4\overrightarrow{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_D = 4(4 - x_D) \\ -5 - y_D = 4(-11 - y_D) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_D = 16 - 4x_D \\ -5 - y_D = -44 - 4y_D \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x_D = 14 \\ 3y_D = -39 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{14}{3} \\ y_D = -\frac{39}{3} = -13 \end{cases}$$

Donc D a pour coordonnées $\left(\frac{14}{3} ; -13\right)$