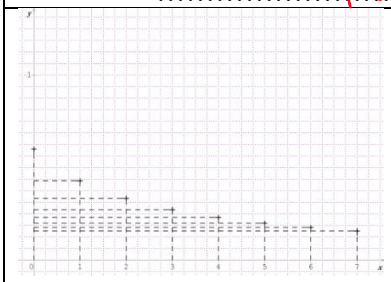
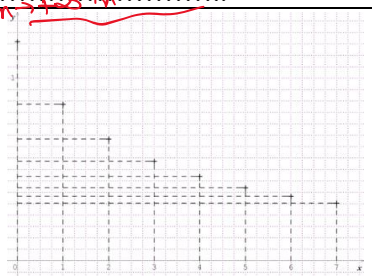
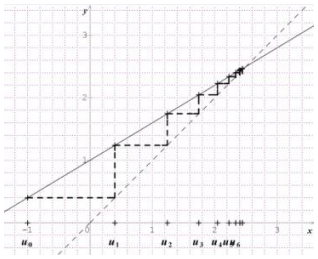
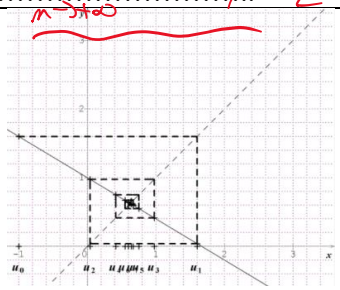
Spé Maths Première (M Mangeard)	**Corrigé du contrôle de mathématiques :** *Suites (Représentation/Conjectures/Utilisation de la calculatrice)*	Fait le jeudi 03 décembre 2020

Exercice 1 :

On considère les deux suites suivantes (u_n) et (v_n), définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_n = \frac{3}{2n+5} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_{n+1} = \frac{3}{5}v_n + 1 \\ v_0 = -1 \end{cases}$$

1) Tabuler ces deux suites sur la calculatrice, puis compléter les pointillés suivants :

Suite (u_n)	**Suite (v_n)**
$u_{10} =$ 0,12	$v_3 =$ 1,744
$u_{35} =$ 0,04	$v_{10} =$ 2,4788
Conjecture sur les variations : (u_n) semble décroissante	Conjecture sur les variations : (v_n) semble croissante
Conjecture sur le comportement à l'infini : Il semble que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	Conjecture sur le comportement à l'infini : Il semble que $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 2,5 = \frac{5}{2}$
 Nuage A  Nuage B	 Représentation 1  Représentation 2
On a représenté les nuages de points de deux suites. Lequel correspond à la suite (u_n) ? Justifier. Comme $u_0 = \frac{3}{5} < 1$, alors le nuage (A) correspond à celui de (u_n)	On a représenté les premiers termes de la suite (v_n) dans un repère. Quelle représentation correspond effectivement à la suite (v_n) ? Justifier. La représentation (2) correspond à celle d'une suite non monotone. La représentation (1) est celle d'une suite croissante ayant une limite proche de 2,5 c'est donc la (1) qui convient

2) Etudier les variations de la suite (u_n) en détaillant les calculs :

Soit $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} - u_n = \frac{3}{2(n+1)+5} - \frac{3}{2n+5}$$

$$= \frac{3}{2n+7} - \frac{3}{2n+5}$$

$$= \frac{3(2n+5)}{(2n+7)(2n+5)} - \frac{3(2n+7)}{(2n+5)(2n+7)} = \frac{6n+15-6n-21}{(2n+7)(2n+5)} = \frac{-6}{(2n+7)(2n+5)}$$

On a $-6 < 0$ et $(2n+7)(2n+5) > 0$, donc : $u_{n+1} - u_n < 0$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

c'à d. (u_n) suite strictement décroissante

Exercice 2 :

On considère la suite (w_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $w_n = 8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 2$

1) Conjecturer les variations de (w_n) et la limite éventuelle à l'aide de la calculatrice

Il semble que (w_n) soit décroissante et $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n = 2$

2) Etudier les variations de (w_n)

Soit $n \in \mathbb{N}$:

$$w_{n+1} - w_n = 8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} + 2 - \left(8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 2\right)$$

$$= 8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n \times \left(\frac{2}{3}\right) + 2 - 8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2$$

$$= 8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n \left(\frac{2}{3} - 1\right)$$

$$= 8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n \times \left(-\frac{1}{3}\right), \text{ or } -\frac{1}{3} < 0 \text{ et } 8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n > 0, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Donc : $w_{n+1} - w_n < 0$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

c'est-à-dire : (w_n) est une suite strictement décroissante

3) Déterminer le rang n à partir duquel $w_n < 2{,}05$ à l'aide de la calculatrice.

On a : $w_{12} \simeq 2{,}0617$

et $w_{13} \simeq 2{,}0411$, donc $w_n < 2{,}05$ à partir du rang $n = 13$