

Spé Maths Première (M Mangeard)	Corrigé du contrôle n°3 de mathématiques : <i>Inéquation du second degré/Étude de signes/Différentes formes</i>	Fait le mardi 13 octobre 2020 <u>SUJET B</u>
---------------------------------------	--	---

Exercice 1 :

Étudier le signe du trinôme suivant :

$$-4x^2 + 7x - 8 \quad \begin{cases} a = -4 \\ b = 7 \\ c = -8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= 7^2 - 4 \times (-4) \times (-8) \\ &= 49 - 128 \end{aligned}$$

$= -79 < 0$: d'ailleurs le trinôme n'admet aucune racine réelle

Il est toujours du signe de a — Or, $a = -4 < 0$

D'ailleurs le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
signe de $-4x^2 + 7x - 8$	—	—

Exercice 2 :

Résoudre l'inéquation suivante :

$$3x^2 + 11x - 20 < 0 \quad \begin{cases} a = 3 \\ b = 11 \\ c = -20 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= 11^2 - 4 \times 3 \times (-20) \\ &= 121 + 240 \\ &= 361 = 19^2 > 0 : \text{d'ailleurs le trinôme admet deux racines réelles distinctes} \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11 + 19}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{3}$$

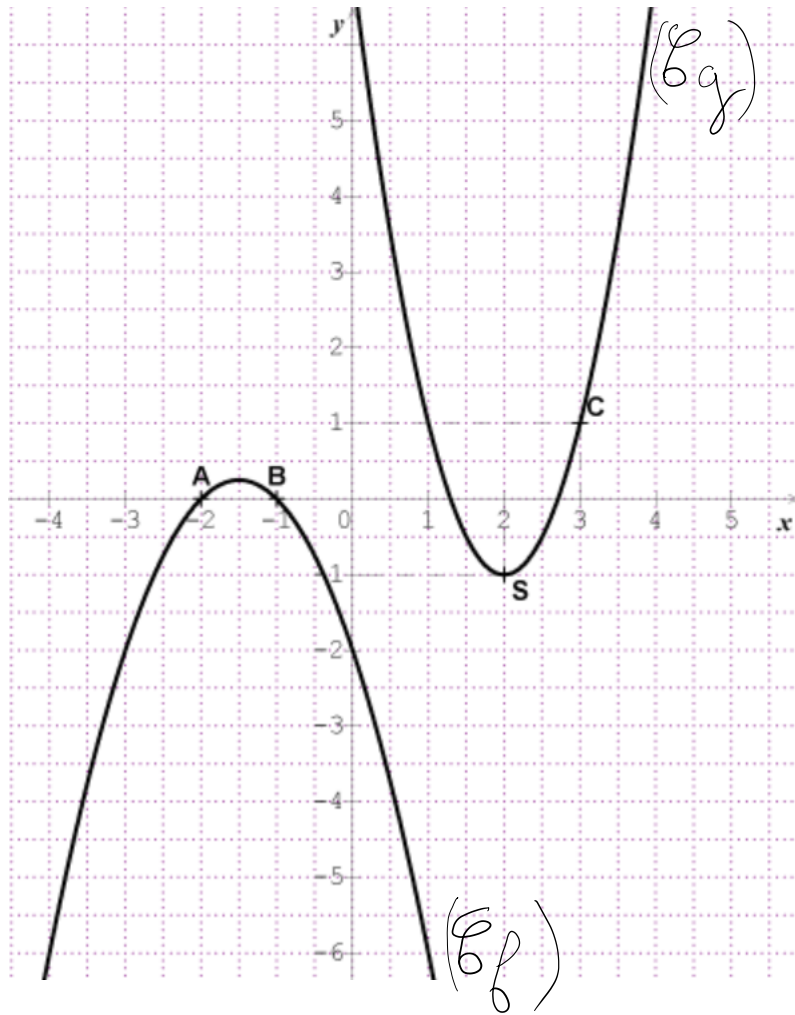
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11 - 19}{6} = \frac{-30}{6} = -5$$

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines. Or, $a = 3 > 0$

Donc : $S =]-5 ; \frac{4}{3}[$

Exercice 3 :

On a représenté deux trinômes f et g du second degré dans un même repère du plan :



1) Déterminer le signe de a et de Δ pour chaque trinôme en justifiant :

Pour f : (P_f) est orientée vers le bas, d'où $a_f < 0$
De plus, (P_f) coupe deux fois l'axe des abscisses, d'où $\Delta > 0$

Pour g : (P_g) est orientée vers le haut, d'où $a_g > 0$
De plus, (P_g) coupe deux fois l'axe des abscisses, d'où $\Delta > 0$

2) Déterminer une expression de $f(x)$ et de $g(x)$ en justifiant :

Pour f : f admet -2 et -1 comme racines
D'où $f(x) = a(x - (-2))(x - (-1))$ (forme factorisée)
 $= a(x+2)(x+1)$

or, le point $E(0; -2) \in (P_f)$, d'où $f(0) = -2$

$$\Leftrightarrow a(0+2)(0+1) = -2$$

$$\Leftrightarrow 2a = -2 \Leftrightarrow a = -1$$

Donc : $\underline{f(x) = -(x+2)(x+1)}$ (forme factorisée)

Pour g : $S(\underset{\alpha}{2}, \underset{\beta}{-1})$ est le sommet de $(\mathcal{C}_g)$

La forme canonique de g est: $g(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

$$\text{d'où } g(x) = a(x-2)^2 - 1$$

Or, le point $C(3; 1) \in (\mathcal{C}_g)$

$$\Leftrightarrow g(3) = 1$$

$$\Leftrightarrow a(3-2)^2 - 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow a - 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow a = 2$$

Donc: $g(x) = 2(x-2)^2 - 1$ (Forme canonique)

$(\mathcal{C}_f)$