Spé Maths Première (M Mangeard)	**Corrigé du contrôle n°3 de mathématiques :** *Inéquation du second degré/Etude de signes/Différentes formes*	Fait le mardi 13 octobre 2020 **SUJET A**

Exercice 1 :

Résoudre l'inéquation suivante en détaillant soigneusement :

$$4x^2 + 7x - 15 > 0 \quad \begin{cases} a = 4 \\ b = 7 \\ c = -15 \end{cases}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 7^2 - 4 \times 4 \times (-15)$
$= 49 + 240 = 289 = 17^2 > 0$, d'où le trinôme admet deux racines réelles distinctes

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7+17}{8} = \dfrac{10}{8} = \dfrac{2\times 5}{2\times 4} = \dfrac{5}{4}$

$x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7-17}{8} = \dfrac{-24}{8} = -3$

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines. Or, $a = 4 > 0$

Donc : $S =]-\infty ; -3[\cup]\frac{5}{4} ; +\infty[$

Exercice 2 :

Etudier le signe du trinôme suivant :

$$-3x^2 + 5x - 9 \quad \begin{cases} a = -3 \\ b = 5 \\ c = -9 \end{cases}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 5^2 - 4 \times (-3) \times (-9)$
$= 25 - 108$
$= -83 < 0$, d'où le trinôme n'admet aucune racine réelle.

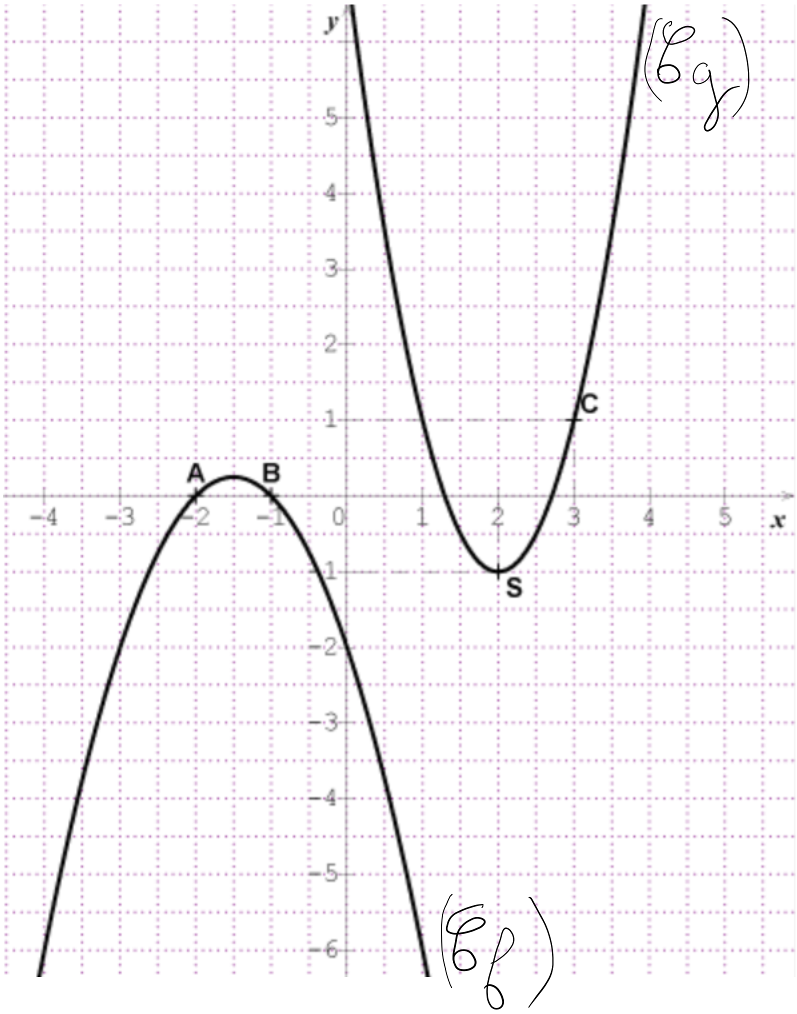
Il est toujours du signe de a. Or, $a = -3 < 0$

D'où le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$+\infty$
signe de $-3x^2+5x-9$		$-$	

Exercice 3 :

On a représenté deux trinômes f et g du second degré dans un même repère du plan :



1) Déterminer le signe de a et de Δ pour chaque trinôme en justifiant :

Pour f : $(\mathcal{C}_f)$ est orientée vers le bas, d'où $a_f < 0$

De plus, $(\mathcal{C}_f)$ coupe deux fois l'axe des abscisses, d'où $\Delta > 0$

Pour g : $(\mathcal{C}_g)$ est orientée vers le haut, d'où $a_g > 0$

De plus, $(\mathcal{C}_g)$ coupe deux fois l'axe des abscisses, d'où $\Delta > 0$

2) Déterminer une expression de f(x) et de g(x) en justifiant :

Pour f : f admet -2 et -1 comme racines

D'où $f(x) = a(x-(-2))(x-(-1))$ (forme factorisée)

$= a(x+2)(x+1)$

or, le point $E(0;-2) \in (\mathcal{C}_f)$, d'où $f(0) = -2$

$\iff a(0+2)(0+1) = -2$

$\iff 2a = -2 \iff a = -1$

Donc : $f(x) = -(x+2)(x+1)$ (Forme factorisée)

Pour g : $S(\underset{\alpha}{\underset{\shortparallel}{2}} ; \underset{\beta}{\underset{\shortparallel}{-1}})$ est le sommet de $(\mathcal{C}_g)$

La forme canonique de g est : $g(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

d'où $g(x) = a(x-2)^2 - 1$

Or, le point $C(3 ; 1) \in (\mathcal{C}_g)$

$\Leftrightarrow g(3) = 1$

$\Leftrightarrow a(3-2)^2 - 1 = 1$

$\Leftrightarrow a - 1 = 1$

$\Leftrightarrow a = 2$

Donc : $g(x) = 2(x-2)^2 - 1$ (Forme canonique)