Spé Maths Première (M Mangeard)	**Calculs de dérivées + corrigés**	Séance du 07/04/2020

① $f(x) = \dfrac{5x^2+7}{x^2-1}$

$x^2 - 1 = 0 \iff (x+1)(x-1) = 0 \iff x = -1$ ou $x = 1$

D'où f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$

f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$, car c'est une fonction rationnelle (= quotient de fonctions polynômes)

(f est donc dérivable partout où elle est définie)

On pose $u(x) = 5x^2+7$ $\quad v(x) = x^2-1$

$u'(x) = 10x$ $\quad v'(x) = 2x$

or, $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v-uv'}{v^2}$, d'où $f'(x) = \dfrac{10x(x^2-1)-2x(5x^2+7)}{(x^2-1)^2}$

$= \dfrac{\cancel{10x^3}-10x-\cancel{10x^3}-14x}{(x^2-1)^2}$

$= \dfrac{-24x}{(x^2-1)^2}$

② $g(x) = \sqrt{3x+8}$

g est définie si et seulement si $3x+8 \geqslant 0 \iff 3x \geqslant -8 \iff x \geqslant -\dfrac{8}{3}$

g est alors dérivable pour $x > -\dfrac{8}{3}$ (c'est-à-dire sur $\left]-\dfrac{8}{3};+\infty\right[$)

On a $g(x) = f(3x+8)$ avec $f(x) = \sqrt{x}$

or, si $g(x) = f(ax+b)$, alors $g'(x) = a \times f'(ax+b)$

ici $\begin{cases} a = 3 \\ b = 8 \end{cases}$

d'où $g'(x) = 3 \times \dfrac{1}{2\sqrt{3x+8}} = \dfrac{3}{2\sqrt{3x+8}}$

③ $h(x) = \sqrt{7-2x}$

h est définie $\iff 7-2x \geq 0 \iff -2x \geqslant -7$

$\iff x \leq \frac{7}{2}$

h est dérivable pour $x < \frac{7}{2}$

or, $h(x) = f(7-2x)$ avec $f(x) = \sqrt{x}$

si $h(x) = f(ax+b)$, alors $h'(x) = a \times f'(ax+b)$ ici $\begin{cases} a = -2 \\ b = 7 \end{cases}$

$$\text{d'où } h'(x) = -2 \times \frac{1}{2\sqrt{7-2x}}$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{7-2x}}$$

4) $i(x) = \dfrac{-5}{3x^2+2}$ i est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

on pose $u(x) = 3x^2+2$ $u'(x) = 6x$

et $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = \dfrac{-u'}{u^2}$

$$i'(x) = -5 \times \frac{-6x}{(3x^2+2)^2} = \frac{30x}{(3x^2+2)^2}$$

5) $j(x) = (2x+3)^5$ j est une fonction polynôme : j est donc dérivable sur $\mathbb{R}$

$= f(2x+3)$ avec $f(x) = x^5$ (on sait que $f'(x) = 5x^4$)

or, si $j(x) = f(ax+b)$, alors $j'(x) = a \times f'(ax+b)$ ici $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$

$$j'(x) = \cancel{2}\times 5 \times (2x+3)^4 = 10(2x+3)^4$$