

Spé Maths Première (M Mangeard)	<u>Devoir de mathématiques :</u> <i>Suites (Partie I et Partie II) / Probabilités conditionnelles</i>	Mardi 03 mars 2020 
---------------------------------------	---	---

- Calculatrices autorisées
- Durée : Pas longtemps !

Observations :

NOTE : /20

Exercice 1 :

On considère les trois suites (u_n) , (v_n) et (w_n) de termes généraux respectifs :

$$u_n = 5 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n, \quad v_n = 7n - 1 \quad \text{et} \quad w_n = 2^n + 3, \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1) Montrer que (u_n) est géométrique de raison $\frac{3}{4}$.

2) Montrer que (v_n) est arithmétique de raison 7 :

3) Montrer que (v_n) est une suite strictement croissante :

4) Montrer que (w_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

- 5) Programmer les suites (u_n) et (v_n) sur la calculatrice.
a) Conjecturer le comportement à l'infini de (u_n) :

b) Même chose pour la suite (v_n) :

c) A partir de quel rang n , $v_n > 4\,000$?

d) A partir de quel rang n , $u_n < 0,05$?

Exercice 2 :

Un habitant d'un village isolé ne peut se fournir en pain que dans deux boulangeries : soit A soit B.

- Si le villageois se rend à la boulangerie A, la probabilité qu'il s'y rende le lendemain est de 0,6
- Si le villageois se rend à la boulangerie B, la probabilité qu'il se rende dans l'autre le jour suivant est 0,4

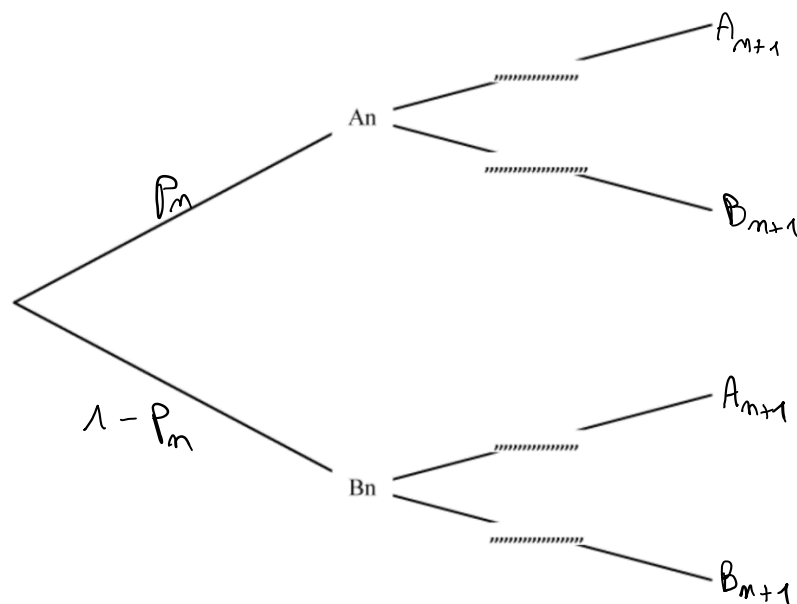
On note pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'événement A_n : « Le villageois se rend à la boulangerie A le nième jour ».

L'événement B_n : « Le villageois se rend à la boulangerie B le nième jour »

$$p_n = P(A_n)$$

On suppose que le premier jour le client se rend à la boulangerie A (autrement dit : $p_1 = 1$)

- 1) Compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



2) Avec les notations de l'énoncé, on a $P(A_{n+1}) = p_{n+1}$.

Montrer que $p_{n+1} = \frac{1}{5}p_n + \frac{2}{5}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

3) On pose $u_n = p_n - \frac{1}{2}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

a) Montrer que (u_n) est géométrique

b) Exprimer u_n en fonction de n :

c) En déduire p_n en fonction de n :

d) Au cinquième jour, quelle est la probabilité que le client aille dans le magasin A ?

e) Au bout d'un très grand nombre de jours, le client a-t-il plus de chances de se rendre dans la boulangerie A ou dans la B ? Justifier.