NOM :………………………………………… Prénom :………………………………

CORRIGÉ

Fait le

Spé Maths Première *(M Mangeard)*	**Contrôle n°2** : (Sujet B) *Inéquations du second degré/Signe d'un trinôme/ Somme et produit des racines/Factorisation*	Jeudi 3 octobre 2019

- Durée : 25 min
- Calculatrices autorisées
- Rendre le sujet

Observations :

NOTE : **/20**

Exercice 1 : /9

Total /15 ÷3×4

1) Résoudre les inéquations suivantes en justifiant :

a) $-2x^2 + 5x + 12 \geq 0$ $\begin{cases} a=-2 \\ b=5 \\ c=12 \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= 5^2 - 4\times(-2)\times 12$ (0,5)
$= 25+96$
$= 121 > 0$, d'où le trinôme admet (0,5) 2 racines distinctes

(1) $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5+11}{-4} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5-11}{-4} = \frac{-16}{-4} = 4$

(1) Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines. Or, $a = -2 < 0$

Donc : $\boxed{S = \left[-\frac{3}{2} ; 4\right]}$ (0,5)

b) $5x^2 - x + 7 < 0$ $\begin{cases} a=5 \\ b=-1 \\ c=7 \end{cases}$ (0,5)

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4\times5\times7$
$= 1 - 140 = -139 < 0$, d'où le trinôme (0,5) n'admet aucune racine réelle.

(1) Il est donc toujours du signe de a. Or, $a = 5 > 0$, d'où :
$5x^2 - x + 7 > 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$

Donc $\boxed{S = \emptyset}$ (0,5)

2) Etudier le signe du trinôme suivant en justifiant : $-3x^2 - 7x - 2$ $\begin{cases} a=-3 \\ b=-7 \\ c=-2 \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= (-7)^2 - 4\times(-3)\times(-2)$ (0,5) (0,5)
$= 49 - 24 = 25 > 0$: d'où le trinôme admet deux racines distinctes

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7+5}{-6} = \frac{12}{-6} = -2$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7-5}{-6} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$ (0,5)

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines. Or, $a = -3 < 0$.

(1)

D'où le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
Signe de $-3x^2-7x-2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(0,5)

NOM :…………………………………………………… Prénom :…………………………………

Exercice 2 : /6

1) On considère un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$) et tel que $b^2 - 4ac > 0$. Donner la formule de la somme puis celle du produit des deux racines. (Démontrer la formule de la somme)

Soient x_1 et x_2, les 2 racines distinctes du trinôme, alors :

1 $\quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$

Démonstration : $x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ 1

$= \frac{-b+\cancel{\sqrt{\Delta}} - b - \cancel{\sqrt{\Delta}}}{2a} = \frac{-\cancel{2}b}{\cancel{2}a} = \boxed{-\frac{b}{a}}$

2) Application :

On considère $g(x) = 7x^2 + 20x - 3$ $\quad \begin{cases} a = 7 \\ b = 20 \\ c = -3 \end{cases}$

a) Calculer g(-3)

1 $\quad g(-3) = 7(-3)^2 + 20\times(-3) - 3$

$= 7\times 9 - 60 - 3$

$= 63 - 63 = 0$

d'où -3 est une racine de g

b) En utilisant la somme ou le produit des racines, déterminer toutes les racines de g

Soit x_2 la 2ième racine de g :

$-3 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{20}{7}$

1,5 $\quad \Leftrightarrow x_2 = -\frac{20}{7} + 3 = -\frac{20}{7} + \frac{21}{7} = \boxed{\frac{1}{7}}$

Racines de g : $\left\{-3 ; \frac{1}{7}\right\}$

c) En déduire la forme factorisée de g

g possède 2 racines. Il se factorise donc sous la forme :

$a(x - x_1)(x - x_2)$

1,5

D'où $g(x) = 7(x - (-3))(x - \frac{1}{7})$

$= 7(x+3)(x - \frac{1}{7})$