

NOM : Prénom :

Spé Maths Première (M Mangeard)	Contrôle n°2 : (Sujet A) Inéquations du second degré/Signe d'un trinôme/ Somme et produit des racines/Factorisation	Jeudi 3 octobre 2019
---------------------------------------	---	----------------------

- Durée : 25 min
- Calculatrices autorisées
- Rendre le sujet

Observations :

NOTE : **/20**

Exercice 1 :

1) Résoudre les inéquations suivantes en justifiant :

total $\rightarrow$
 $16 \div 3 \times 4 = -9$
 $a = -9$
 $b = -1$

a) $3x^2 - 2x - 8 > 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-8) = 4 + 96 = 100 > 0$, d'où le trinôme admet 2 racines distinctes.

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + 10}{6} = \frac{12}{6} = 2$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - 10}{6} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3}$

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines. Or, $a = 3 > 0$

Donc :

$S =]-\infty; -\frac{4}{3}[\cup]2; +\infty[$

b) $-9x^2 - x + 5 \leq 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times (-9) \times 5 = 1 + 180 = 181 > 0$

Le trinôme admet 2 racines distinctes :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + \sqrt{181}}{-18}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - \sqrt{181}}{-18}$

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines. Or, $a = -9 < 0$

Donc $S =]-\infty; \frac{1 - \sqrt{181}}{-18}] \cup [\frac{1 + \sqrt{181}}{-18}; +\infty[$

2) Etudier le signe du trinôme suivant en justifiant : $-4x^2 + 17x - 15$

$\Delta = b^2 - 4ac$
 $= 17^2 - 4 \times (-4) \times (-15)$

$= 289 - 240 = 49 > 0$, d'où le trinôme admet 2 racines réelles distinctes

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-17 + 7}{-8} = \frac{-10}{-8} = \frac{5}{4}$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-17 - 7}{-8} = \frac{-24}{-8} = 3$

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur de ses racines. Or, $a = -4 < 0$

Tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{5}{4}$	3	$+\infty$
Signes de $-4x^2 + 17x - 15$	-	+	-	-

Exercice 2 :

1/6

- 1) On considère un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$) et tel que $b^2 - 4ac > 0$.
Donner la formule de la somme puis celle du produit des deux racines. (Démontrer la formule de la somme)

soient x_1 et x_2 , les 2 racines distinctes du trinôme, alors

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{et} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} \quad (1)$$

Démonstration :

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} \quad (1)$$

- 2) Application :

On considère $g(x) = 4x^2 + 7x - 2$ $\begin{cases} a=4 \\ b=7 \\ c=-2 \end{cases}$

a) Calculer $g(-2)$

$$g(-2) = 4(-2)^2 + 7(-2) - 2$$

$$= 4 \times 4 - 14 - 2$$

$$= 2 - 2 = 0$$

D'où -2 est racine de g

- b) En utilisant la somme ou le produit des racines, déterminer toutes les racines de g

Soit x_2 : l'autre racine de g

$$-2 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{7}{4}$$

(15) $\Rightarrow x_2 = -\frac{7}{4} + 2 = -\frac{7}{4} + \frac{8}{4} = \frac{1}{4}$

Racines de g : $\left\{ -2; \frac{1}{4} \right\}$

- c) En déduire la forme factorisée de g

g possède 2 racines - Il se factorise donc sous la forme :

$$a(x - x_1)(x - x_2)$$

(15)

D'où $g(x) = 4(x - (-2))(x - \frac{1}{4})$

$$= 4(x + 2)(x - \frac{1}{4})$$