

Seconde

Corrigé du contrôle commun (1)
Sujet (A) (Fait le 06/05)

Exercice (1):

$$1) \frac{2x}{x+3} = 4$$

Valeur interdite: $x+3=0$
 $\Leftrightarrow x = -3$

Produit en croix:

$$2x = 4(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 2x = 4x + 12$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4x = 12$$

$$\Leftrightarrow -2x = 12$$

$$\Leftrightarrow x = -6$$

$$S = \{-6\}$$

$$2) \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -8x - y = 5 \end{cases} \quad (L_2) \times 3$$

Par addition:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -24x - 3y = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -22x = 22 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 + 3y = 7 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 9 \\ x = -1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{9}{3} = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$S = \{-1; 3\}$$

Interprétation graphique:

$$2x + 3y = 7 \Leftrightarrow 3y = -2x + 7$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$$

Si on pose $(d_1): y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ et $(d_2): y = -8x - 5$

alors le point de coordonnées $(-1; 3)$ est le point d'intersection des droites (d_1) et (d_2) .

Exercice (2):

		A la fin du passage de la bulle	A la fin du 1 ^{er} tour de passage dans le labyrinthe	A la fin du 2 ^{ème} tour de passage dans le labyrinthe	Après le 3 ^{ème} tour	Après 5 ^{ème} tour
x	7	6	3	2	1	0
y	8	8	16	16	32	32
z	0	8	8	24	24	56
condition $x \neq 0$, variable: oui ou non	oui	oui	oui	oui	oui	non

$$7 \times 8 = 56 \rightarrow \text{Affichage}$$

2).

	Initialisation	Après le 1 ^{er} passage dans la boucle	Après le 2 ^{ème} passage dans la boucle
x	2	1	0
y	3	6	6
z	0	0	6
condition x < 0 vérifier: oui/non?	oui	oui	non

$$x=2 \quad y=3$$

$$2 \times 3 = 6 \rightarrow \text{Affichage}$$

3) L'interaction entre x et y et l'algorithme affiche le résultat $x \times y$.

Exercice ②:

1) Voir graphique

2)

$$3) A(3; -4) \text{ et } B(5; 1) : \frac{5}{2} \times 3 - \frac{23}{2} = \frac{15}{2} - \frac{23}{2} = -\frac{8}{2} = -4$$

donc $A \in (d)$

$$5 \times \frac{5}{2} - \frac{23}{2} = \frac{25}{2} - \frac{23}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ donc } B \in (d)$$

$$4) M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) \quad M\left(\frac{3+5}{2}; \frac{-4+1}{2}\right) \quad \underline{M\left(4; -\frac{3}{2}\right)}$$

$$N\left(\frac{x_B + x_D}{2}; \frac{y_B + y_D}{2}\right) \quad N\left(\frac{5+1}{2}; \frac{6+1}{2}\right) \quad \underline{N\left(3; \frac{7}{2}\right)}$$

5) Equation réduite de la droite (AN):

$$A(3; -4) \quad N\left(3; \frac{7}{2}\right) \quad x_A = x_N \quad \text{donc (AN) est une droite verticale}$$

$$(AN): x = 3$$

$$6) D(1; 6) \quad M\left(4; -\frac{3}{2}\right) \quad x_D \neq x_M \text{ et } y_D \neq y_M \text{ donc (DM) droite oblique}$$

$$a = \frac{y_M - y_D}{x_M - x_D} = \frac{-\frac{3}{2} - 6}{4 - 1} = \frac{-\frac{3}{2} - \frac{12}{2}}{3} = \frac{-\frac{15}{2}}{3} = -\frac{15}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{-5 \times 5}{2 \times 3} = -\frac{5}{2}$$

$$\text{Donc (DM): } y = -\frac{5}{2}x + p \quad D \in (DM) \Leftrightarrow 6 = -\frac{5}{2} \times 1 + p$$

$$\Leftrightarrow 6 + \frac{5}{2} = p$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{12}{2} + \frac{5}{2} = \frac{17}{2}$$

$$\text{Donc (DM): } y = -\frac{5}{2}x + \frac{17}{2}$$

7) Soit $G(x, y)$: point d'intersection de (AN) et (DM) (3)
 (x, y) vérifie le système:
$$\begin{cases} y = -\frac{5}{2}x + \frac{17}{2} \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{5}{2} \times 3 + \frac{17}{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{15}{2} + \frac{17}{2} = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

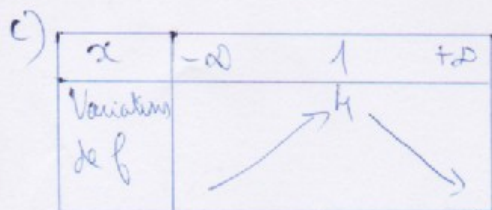
Donc $G(3; 1)$

8) (AN) et (DM) sont des médianes du triangle ABD et le point G est donc le centre de gravité de ce triangle.

Exercice 4:

Partie A):

1) a) $f(0) = 3$ b) Antécédents de 0 par f : ce sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
-1 et 3



2) Par lecture graphique: $f(x) \geq 0$: $\mathcal{C}_f$ est située au-dessus de l'axe des abscisses

$$f(x) \geq 0 : \text{pour } x \in [-1; 3]$$

$$f(x) < 0 : \text{pour } x \in]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[$$

$$g(x) \geq 0 : \text{pour } x \in]-\infty; 6] \quad g(x) < 0 \text{ pour } x \in]6; +\infty[$$

$\frac{g(x)}{f(x)} \geq 0$ pour $x \in]-1; 3[\cup]6; +\infty[$	x	$-\infty$	-1	3	6	$+\infty$
$\frac{g(x)}{f(x)} \leq 0$ pour $x \in]-\infty; -1[\cup]3; 6[$	Signe de $\frac{g(x)}{f(x)}$	-	0	+	0	-
	Signe de $\frac{g(x)}{f(x)}$	+		+	+	0
	Signe de $\frac{g(x)}{f(x)}$	-		+	-	0

3) Recherche graphiquement $f(x) \leq g(x)$ consiste à donner les abscisses des points de la courbe de f situés en-dessus de la droite représentant g :
 $S =]-\infty; 0] \cup [2; 5[$

Partie (B):

(4)

$$\begin{aligned} 1) a) \quad \underline{4 - (x-1)^2} &= 4 - (x^2 - 2x + 1) \\ &= 4 - x^2 + 2x - 1 \\ &= -x^2 + 2x + 3 = \underline{f(x)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad f(x) &= 4 - (x-1)^2 = 2^2 - (x-1)^2 \quad (a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)) \\ &= (2+x-1)(2-(x-1)) \\ &= \underline{(x+1)(-x+3)} \end{aligned}$$

$$c) \quad \underline{f(0) = -0^2 + 2 \times 0 + 3 = 3}$$

$$d) \quad : x \text{ antécédent de } 0 \text{ par } f \Leftrightarrow f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(-x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x+1=0 \text{ ou } -x+3=0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 3.$$

Antécédents de 0 par f: -1 et 3

2) Par lecture graphique: $\mathcal{C}_f$ est une droite oblique
d'où $(\mathcal{C}_f): y = mx + p$

$$\begin{aligned} p: \text{ordonnée à l'origine} \quad \text{d'où } p = 3 \\ m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{d'où } \uparrow = 3 \\ \text{c'est-à-dire } y(x) = -\frac{1}{2}x + 3 \end{array} \right\} \text{ donc } (\mathcal{C}_f): y = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \frac{-\frac{1}{2}x + 3}{(-x+3)(x+1)} > 0 \quad \text{Valeurs interdites: } (-x+3)(x+1) = 0 \\ \Leftrightarrow -x+3=0 \text{ ou } x+1=0 \\ \Leftrightarrow x=3 \text{ ou } x=-1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}x + 3 > 0 &\Leftrightarrow 3 > \frac{1}{2}x \\ &\Leftrightarrow 6 > x \end{aligned}$$

D'où le tableau suivant:

$$\text{D'où: } \underline{S =]-1; 3[\cup]6; +\infty[}$$

x	$-\infty$	-1	3	6	$+\infty$
signe de $-\frac{1}{2}x + 3$	+	+	+	0	-
signe de $-x+3$	+	+	0	-	-
signe de $x+1$	-	0	+	+	+
signe du quotient	-	+	-	0	+

on a retrouvé
le signe de $\frac{g(x)}{f(x)}$

4) Résoudre $f(x) \leq g(x)$

(5)

$$f(x) - g(x) = -x^2 + 2x + 3 + \frac{1}{2}x - 3$$

$$= -x^2 + \frac{5}{2}x = x \left(-x + \frac{5}{2} \right)$$

$$-x + \frac{5}{2} \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{2}$$

Tableau de signes :

x	$-\infty$	0	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
x	-	0	+	+
$-x + \frac{5}{2}$	+	+	0	-
signe de $f(x) - g(x)$	-	0	+	-

Donc $f(x) - g(x) \leq 0$

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty; 0] \cup \left[\frac{5}{2}; +\infty\right[$$

c'est-à-dire $f(x) \leq g(x)$

Exercice (5):

Partie (A): $f(x) = 15 - x$ $g(x) = 6 + \frac{16}{x-1}$

1) a)

b) par lecture graphique : $M(5; 10)$

2) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 15 - x = 6 + \frac{16}{x-1}$ Valeur interdite: $x-1=0$
 $x=1$

Donc $f(x) = g(x) \Leftrightarrow (15-x)(x-1) = 6(x-1) + 16$

$$\Leftrightarrow 15x - 15 - x^2 + x = 6x - 6 + 16$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 10x - 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(x-5)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x=5 \quad \text{donc } S = \{5\}$$

Il s'agit de l'abscisse du point d'intersection de la courbe de f avec celle de g

Partie (B): 1) a) $\ell = x - 2x_0, 5 = \frac{x-1}{2} \mid$ b) $L = y - (5,5 + 0,5)$
 $= y - 6$

$$c) S = L \times P = \underline{(x-1)(y-6)}$$

(6)

$$2) S = 16 \Leftrightarrow (x-1)(y-6) = 16$$

$$\Leftrightarrow y-6 = \frac{16}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow y = 6 + \frac{16}{x-1}$$

$$3) y = 15 - x = 6 + \frac{16}{x-1}$$

D'après la partie A), $x=5$ } dimensions du téléphone
d'où $y=10$

$$\text{Donc: } L = y - 6 = 10 - 6 = \boxed{4 \text{ cm}} \text{ et } P = x - 1 = 5 - 1 = \boxed{4 \text{ cm}}$$

dimensions de l'écran

Exercice (6).

1) ABCD étant un carré, BAD est un triangle rectangle isocèle en A.
On se place dans ce triangle et on applique le théorème de Pythagore:

$$BD^2 = BA^2 + AB^2 \Leftrightarrow BD^2 = 4^2 + 4^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow BD = \sqrt{32} = \boxed{4\sqrt{2}}$$

2) O_1 est le milieu de [BD] car c'est le centre du carré ABCD.

De plus, le triangle SO_1B est rectangle en O_1 . On peut donc appliquer le théorème de Pythagore: $SB^2 = SO_1^2 + O_1B^2 \Leftrightarrow 4^2 = SO_1^2 + \left(\frac{4\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$$\Leftrightarrow 16 = SO_1^2 + 8$$

$$\Leftrightarrow SO_1^2 = 16 - 8 = 8$$

$$\Leftrightarrow SO_1 = \sqrt{8} = \boxed{2\sqrt{2}}$$

$$3) V_1 = V(SABCD) = \frac{1}{3} \text{Aire}(ABCD) \times SO_1 = \frac{1}{3} \times 16 \times 2\sqrt{2} = \boxed{\frac{32\sqrt{2}}{3}} \text{ cm}^3$$

1) théorème de Thalès dans $SI O_1$:

on peut l'appliquer car $(KO_2) \parallel (IO_1)$

$$\frac{SK}{SI} = \frac{SO_2}{SO_1} \text{ d'où } \frac{3}{4} = \frac{SO_2}{2\sqrt{2}} \quad (\Rightarrow) \quad SO_2 = \frac{6\sqrt{2}}{4} = \boxed{\frac{3\sqrt{2}}{2}}$$

$$2) V_2 = V(SEFGH) = \frac{1}{3} \times 3^2 \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3 \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \boxed{\frac{9\sqrt{2}}{2} \text{ cm}^3}$$

$$V = V_1 - V_2 = \frac{32\sqrt{2}}{3} - \frac{9\sqrt{2}}{2} = \frac{64\sqrt{2} - 27\sqrt{2}}{6} = \boxed{\frac{37\sqrt{2}}{6}} \approx \underline{8,72 \text{ cm}^3}$$