

Seconde 3

Corrigé du DS(5):

Fait le 06/02

Second degré - Algorithmique - Espace

(1)

Exercice ①: 1) $f(x) = 5x^2 - 3x + 1$ $\begin{cases} a = 5 \\ b = -3 \\ c = 1 \end{cases}$

A) a) Comme $a = 5 > 0$, la parabole représentant f est orientée vers le haut.

b) S: sommet de la parabole : $S(\alpha; \beta)$ avec $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2 \times 5}$

$$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{3}{10}\right) = 5 \times \left(\frac{3}{10}\right)^2 - 3 \times \frac{3}{10} + 1 = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$= 5 \times \frac{9}{100} - \frac{9}{10} + 1 = \frac{9}{20} - \frac{18}{20} + \frac{20}{20}$$

$$= \frac{11}{20}$$

$$\text{Donc } S\left(\frac{3}{10}; \frac{11}{20}\right)$$

c) On en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$	$\frac{3}{10}$	$+\infty$
Variations de f		$\frac{11}{20}$	

(comme $a > 0$, f est d'abord décroissante puis croissante)

(Le minimum de f est $\frac{11}{20}$ atteint en $x = \frac{3}{10}$)

2) a) Haut
Bas

b) Si $a = 5 > 0$, il affichera "La parabole représentant f est orientée vers le haut".

c) Algorithme: Variables
 a, b, c, α, β

Début

Saisir a, b, c

Si $(a > 0)$ alors Faire

Afficher "La parabole est orientée vers le haut"

Sinon Afficher "La parabole est orientée vers le bas"

Fin Si

$\alpha \leftarrow \frac{-b}{2 \times a}$

$\beta \leftarrow a \times (\alpha)^2 + b \times \alpha + c$

Afficher α, β

Fin

Exercice ②:

②

$$g(x) = (3x-9)(-x+2)$$

$$1) g(x) = -3x^2 + 6x + 9x - 18 \\ = -3x^2 + 15x - 18$$

$$2) g(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x-9)(-x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x-9=0 \text{ ou } -x+2=0$$

$$\Leftrightarrow x=3 \text{ ou } x=2$$

$$S = \{3; 2\}$$

3) On a $\begin{cases} a = -3 \\ b = 15 \\ c = -18 \end{cases}$ comme $a < 0$, la parabole représentant g est orientée vers le bas. (ce n'est donc pas la [C])

calcul des coordonnées du sommet S de la parabole représentant g :

$$S(\alpha; \beta) \text{ avec } \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-15}{2 \times (-3)} = \frac{+15}{+6} = \frac{3 \times 5}{3 \times 2} = 2,5$$

c'est vrai pour les 2 paraboles [A] et [B] (on ne peut pas les partager avec cet argument).

$$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{5}{2}\right) = -3 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 15 \times \frac{5}{2} - 18$$

$$= -3 \times \frac{25}{4} + \frac{75}{2} - 18 = -\frac{75}{4} + \frac{150}{4} - \frac{72}{4}$$

$$= \frac{3}{4} < 1 \text{ donc c'est la parabole [A].}$$

4) on a calculé α et β : $\alpha = \frac{5}{2}$ et $\beta = \frac{3}{4}$

or, la forme canonique de g est par définition $g(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

$$\text{Donc: } g(x) = -3\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

5) a) $g(x) = \frac{3}{4}$: on va prendre la forme canonique

$$g(x) = \frac{3}{4} \Leftrightarrow -3\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -3\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{5}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

b) $g(x) = -18$: on va prendre la forme développée.

(3)

$$g(x) = -18 \Leftrightarrow -3x^2 + 15x - 18 = -18$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 15x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(-3x + 15) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } -3x + 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{15}{3} = 5$$

$$S = \{0; 5\}$$

c) $g(x) = x - 3$: on va prendre la forme factorisée

$$\Leftrightarrow (3x - 9)(-x + 2) = x - 3$$

$$\Leftrightarrow 3(x - 3)(-x + 2) - (x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(3(-x + 2) - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(-3x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \text{ ou } -3x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } 3x = 5$$

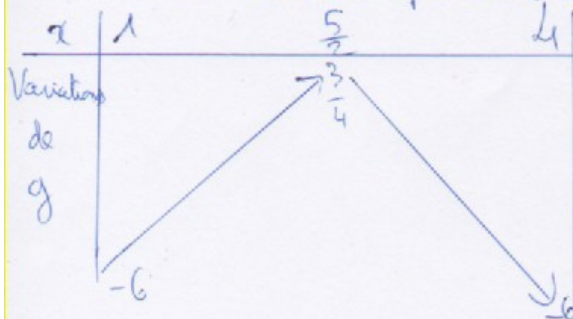
$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = \frac{5}{3}$$

$$S = \left\{3; \frac{5}{3}\right\}$$

d) $g\left(\frac{5}{2}\right)$: on va prendre la forme canonique

$$g\left(\frac{5}{2}\right) = -3\left(\frac{5}{2} - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

6) $a < 0$ donc la parabole est orientée vers le bas (voir question 3))



$$\begin{aligned} g(1) &= -3 \times 1^2 + 15 \times 1 - 18 \\ &= -3 + 15 - 18 \\ &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(4) &= -3 \times 4^2 + 15 \times 4 - 18 \\ &= -3 \times 16 + 60 - 18 \\ &= -48 + 60 - 18 = -6 \end{aligned}$$

7) Tableau de signes:

on sait que $g(2) = g(3) = 0$ et d'après les variations de g vues à la question 6)

x	1	2	2,5	3	4
signe de g	-	0	+	0	-

8) $g(x) \geq -2$

Résolution graphique:

$S = [1,5; 3,5]$

Exercice (3):

1) $5 \leq x \leq 9$ (bornes toutes les 2 positives)

d'où $5^2 \leq x^2 \leq 9^2$ c'est-à-dire: $25 \leq x^2 \leq 81$

2) $-3 \leq x \leq -2$ (bornes toutes les 2 négatives)

d'où $(-2)^2 \leq x^2 \leq (-3)^2$ c'est-à-dire: $4 \leq x^2 \leq 9$

3) $-7 \leq x \leq 3$ (une borne négative, l'autre positive). or $\begin{cases} (-7)^2 = 49 \\ 3^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow (-7)^2 > 3^2$

D'où: $0 \leq x^2 \leq 49$

Exercice (4):

1)



$R = \frac{2}{3} \times 36 = \frac{2 \times 8 \times 12}{3} = 24 \text{ cm}$

$V_{\text{cylindre}} = \pi R^2 h = \pi \times 100 \times 24 = 2400\pi$ (valeur exacte)
($\approx 7540 \text{ cm}^3$)

2)



$R = 12,3 \text{ cm}$ $V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times (12,3)^3 \approx 2481\pi > 2400\pi$

Donc: L'aquarium peut contenir le volume d'eau précédent.

3)



a) V. volume du cône

$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ d'où

$3V = \pi R^2 h$

d'où $\frac{3V}{\pi R^2} = h$

b) $R = \frac{3 \times 2400\pi}{\pi \times 11^2} = \frac{3 \times 2400}{121} \approx 59,5 \text{ cm}$

5

c) Variables
V, R, h

Début

Saisir V, R

$$h \leftarrow (3 \times V) \div (\pi \times R^2)$$

Afficher h

Fin

d) Variables
V, R, h

Début

Saisir V, R

$$h \leftarrow (3 \times V) \div (\pi \times R^2)$$

Afficher h

Si (h > 60) alors Faire

Afficher "Hauteur trop grande!"

sinon Faire

Afficher "Hauteur correcte!"

Fin Si

Fin