Seconde (B) :

Corrigé du devoir de mathématiques (1)

Géométrie repérée ou non (Fait le 30/01/25)

Exercice (1) :

1) Dans un repère orthonormé :

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$= \sqrt{(5-2)^2 + (3-5)^2}$

$= \sqrt{3^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

2) $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$

$= \sqrt{(1-2)^2 + (-3-5)^2}$

$= \sqrt{(-1)^2 + (-8)^2}$

$= \sqrt{1+64}$

$= \sqrt{65}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$

$= \sqrt{(1-5)^2 + (-3-3)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-6)^2}$

$= \sqrt{16+36} = \sqrt{52}$

3) $AB^2 = 13$, $BC^2 = 52$, $AC^2 = 65$

on a : $AB^2 + BC^2 = 13 + 52 = 65$

d'où : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B

4) M est le milieu de [AC] : $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{2+1}{2} = \dfrac{3}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{5+(-3)}{2} = 1 \end{cases}$

Donc : $M\left(\frac{3}{2} ; 1\right)$

N est le milieu de [BD]

$$\iff \begin{cases} x_N = \dfrac{x_B + x_D}{2} = \dfrac{5+(-2)}{2} = \dfrac{3}{2} \\ y_N = \dfrac{y_B + y_D}{2} = \dfrac{3+(-1)}{2} = 1 \end{cases}$$

Donc $N\left(\frac{3}{2} ; 1\right)$

D'où : $M = N$

Or, [AC] et [BD] sont les deux diagonales du quadrilatère ABCD.

Un quadrilatère ayant ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

D'où : ABCD est un parallélogramme

5) $BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2}$

$= \sqrt{(-2-5)^2 + (-1-3)^2}$

$= \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{49+16} = \sqrt{65}$. Or, $AC = \sqrt{65}$

d'où : $AC = BD$

Le parallélogramme ABCD a ses diagonales de même longueur c'est un rectangle. (Remarque : On le savait déjà car $\widehat{ABC} = 90°$)

Exercice 2 :

1) Par lecture graphique : $F(-3;4)$, $E(6;6)$, $D(5;2)$

2) $ED = \sqrt{(x_D - x_E)^2 + (y_D - y_E)^2} = \sqrt{(5-6)^2 + (2-6)^2}$

$= \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

3) $EF = \sqrt{85}$, $DF = \sqrt{68}$

Dans le triangle FED, rectangle en D, on a :

$$\sin \widehat{EFD} = \frac{ED}{EF} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{85}}$$

d'où $\underline{\widehat{EFD}} = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{85}}\right) \simeq \underline{27^\circ}$

4) Comme EFD est rectangle en D,

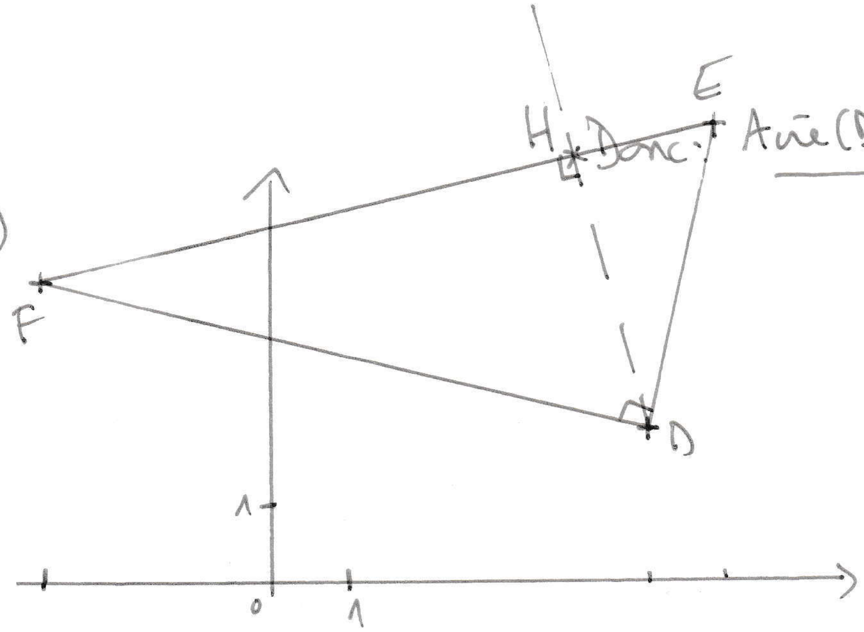
on a : $\text{Aire}(DFE) = \frac{DF \times ED}{2} = \frac{\sqrt{68} \times \sqrt{17}}{2}$

$$= \frac{\sqrt{17 \times 4} \times \sqrt{17}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{17} \times \cancel{2} \times \sqrt{17}}{\cancel{2}}$$

Donc : $\underline{\text{Aire}(DFE) = 17}$

5) a)



b) $\underline{\text{Aire (DFE)}} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{EF \times DH}{2}$

$$= \frac{\sqrt{85} \times DH}{2}$$

c) On a Aire (DFE) = 17

d'où $\frac{\sqrt{85} \times DH}{2} = 17$

d'où : $\underline{DH} = \frac{2 \times 17}{\sqrt{85}} = \underline{\frac{34}{\sqrt{85}}}$

d) on a :

distance (D, (FE))

$= DH = \underline{\frac{34}{\sqrt{85}}}$