Seconde A	**Corrigé du devoir de mathématiques :** *Fonctions : lectures graphiques / Utilisation de la calculatrice + calcul littéral*	Fait le lundi 15 janvier 2024

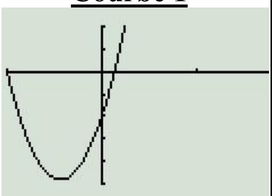
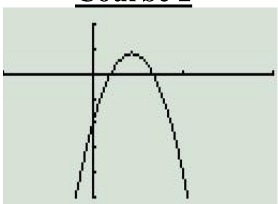
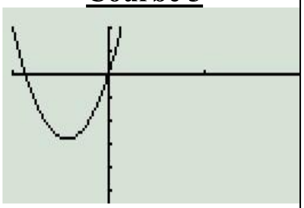
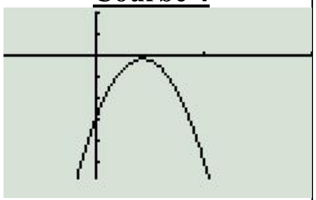
Exercice 1 : Utilisation de la calculatrice + calcul littéral

On considère la fonction f définie sur [-1 ;2] par $f(x) = -15x^2 + 13x - 2$

1) Tracer la courbe de cette fonction sur l'écran de votre calculatrice en prenant pour paramètres de la fenêtre graphique les valeurs suivantes :

Xmin = -1	Xmax = 2
Ymin = -5	Ymax = 2

Voici quatre courbes proposées. Indiquer celle qui correspond à la courbe de f en comparant avec celle qui apparaît sur l'écran de la calculatrice :

Courbe 1	**Courbe 2**	**Courbe 3**	**Courbe 4**
			

Numéro de la courbe correspondant à celle de f : courbe 2

2) A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir à 10^{-2} près) en prenant comme paramètres :

xmin = -1	**xmax = 2**	**pas = 0,25**

x	-1	-0,75	-0,5	0	0,25	0,75	1	1,75	2
f(x)	-30	-20,19	-12,25	-2	0,31	-0,69	-4	-25,19	-36

3) a) Montrer que $f(x) = (-3x + 2)(5x - 1)$

$(-3x+2)(5x-1) = -3x\times 5x - 3x\times(-1) + 2\times 5x + 2\times(-1)$

$= -15x^2 + 3x + 10x - 2$

$= -15x^2 + 13x - 2 = f(x)$

donc : $f(x) = (-3x+2)(5x-1)$

b) En déduire par calcul les éventuels antécédents de 0 par f

on doit résoudre l'équation $f(x) = 0$

d'où : $(-3x+2)(5x-1) = 0$

un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul

d'où : $-3x+2 = 0$ ou $5x - 1 = 0$

$-3x = -2$ ou $5x = 1$

$\frac{-\cancel{3}x}{-\cancel{3}} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$ ou $\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = \frac{1}{5}$

Donc : On a deux antécédents par f : $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{5}$

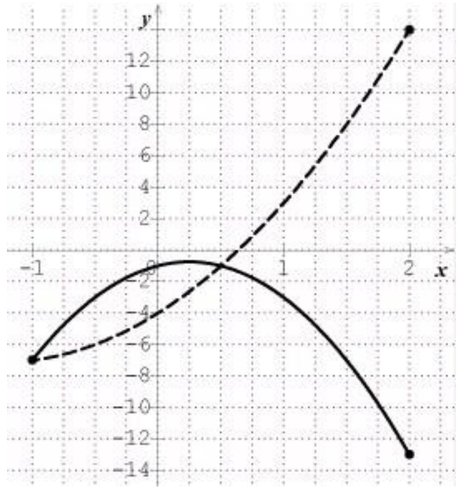
c) Montrer soigneusement que le point A de coordonnées (0 ;-2) est situé sur la courbe de f.

On a $f(0) = -15 \times 0^2 + 13 \times 0 - 2 = -2 = y_A$

Donc : $A(0;-2) \in (\mathcal{C}_f)$

Exercice 2 : Lectures graphiques et calcul littéral

On a tracé dans le même repère orthogonal du plan les courbes représentatives de deux fonctions f et g sur [-1 ;2] :



La courbe de f est en trait plein et celle de g en pointillés

1) Par lecture graphique, résoudre en justifiant à chaque fois les équations et inéquations suivantes sur [-1 ;2] :

a) g(x) = 3

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points d'intersection de $(\mathcal{C}_g)$ avec la droite horizontale à l'ordonnée 3.

Il n'y en a qu'une.

$S = \{1\}$

b) f(x) = -13

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec la droite horizontale à l'ordonnée -13.

Il n'y en a qu'une : $S = \{2\}$

c) f(x) < 0

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points de $(\mathcal{C}_f)$ situés strictement en-dessous de l'axe des abscisses.

$S = [-1;2]$ (car $(\mathcal{C}_f)$ est entièrement située sous l'axe des abscisses)

d) f(x) = g(x)

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec $(\mathcal{C}_g)$

Il y en a deux : $S = \{-1; 0{,}5\}$

e) $f(x) \leq g(x)$

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points de $(\mathcal{C}_f)$ situés sur ou en dessous de $(\mathcal{C}_g)$

$$S = [0,5\,;\,2] \cup \{-1\}$$

2) En fait : $f(x) = -4x^2 + 2x - 1$ et $g(x) = 2x^2 + 5x - 4$

a) Montrer que $f(x) - g(x) = -6x^2 - 3x + 3$

$$f(x) - g(x) = -4x^2 + 2x - 1 - (2x^2 + 5x - 4)$$
$$= -4x^2 + 2x - 1 - 2x^2 - 5x + 4$$
$$= -6x^2 - 3x + 3$$

b) Montrer que $f(x) - g(x) = -6(x - \frac{1}{2})(x + 1)$

$$-6\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+1) = -6\left(x^2 + x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)$$
$$= -6x^2 - 6x + 3x + 3$$
$$= -6x^2 - 3x + 3 = f(x) - g(x)$$

Donc : $f(x) - g(x) = -6\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+1)$

c) Résoudre l'équation : $-6(x - \frac{1}{2})(x + 1) = 0$. A quoi correspondent les solutions pour les courbes de f et de g ? Faire une phrase.

$-6\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+1) = 0$

Un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul

$x - \frac{1}{2} = 0$ ou $x + 1 = 0$

$x = \frac{1}{2}$ ou $x = -1$

$S = \left\{\frac{1}{2}\,;\,-1\right\}$

$f(x) - g(x) = 0$ équivaut à $f(x) = g(x)$

Les solutions trouvées sont donc les abscisses des points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec $(\mathcal{C}_g)$. C'est en accord avec 1)d)

d) Montrer que $f(x) = -4(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{3}{4}$

$$-4\left(x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2\right) - \frac{3}{4} = -4\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\right) - \frac{3}{4}$$
$$= -4x^2 + 2x - \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$$
$$= -4x^2 + 2x - 1 = f(x)$$

Donc : $f(x) = -4\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{3}{4}$

e) En déduire la résolution de l'équation $f(x) = -\frac{3}{4}$

$f(x) = -\frac{3}{4}$ $\quad -4\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$

d'où : $-4\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 = 0$ c'est-à-dire : $x - \frac{1}{4} = 0$

$x = \frac{1}{4}$ Donc : $S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$