

Corrigé du devoir de mathématiques :

Calculs algébriques / Racines carrées/ Ensembles de nombres

Exercice 1 : (Sur votre copie)

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \times 5$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{4} - \frac{3 \times 5}{4 \times 1} \\ &= \frac{3}{4} - \frac{15}{4} \\ &= -\frac{12}{4} \\ &= -\frac{3 \times 4}{4} \\ &= \underline{\underline{-3}} \end{aligned}$$

$$B = -\frac{5}{6} \times \frac{-24}{15} \times \frac{9}{8}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\cancel{5} \times \cancel{24} \times 9}{\cancel{6} \times 15 \times \cancel{8}} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$C = \frac{2 - \frac{1}{4} + \frac{5}{12}}{2 + \frac{1}{4} - \frac{5}{12}}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{2 \times 12}{1 \times 12} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{5}{12}}{\frac{2 \times 12}{1 \times 12} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} - \frac{5}{12}} \\ &= \frac{24 - 3 + 5}{24 + 3 - 5} \\ &= \frac{26}{22} \\ &= \frac{26}{12} \times \frac{12}{22} = \frac{2 \times 13}{2 \times 11} \\ &= \underline{\underline{\frac{13}{11}}} \end{aligned}$$

Exercice 2 : (Sur votre copie)

Effectuer les calculs suivants et simplifier les résultats **au maximum** :

$$D = (2\sqrt{3})^2$$

$$\begin{aligned} &= 2^2 \times (\sqrt{3})^2 \\ &= 4 \times 3 \\ &= \underline{\underline{12}} \end{aligned}$$

$$E = (\sqrt{6} + \sqrt{3})^2$$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\ &= 6 + 2\sqrt{18} + 3 \\ &= 9 + 2\sqrt{18} \text{ (rép acceptée)} \\ &= 9 + 2\sqrt{9 \times 2} \\ &= 9 + 2\sqrt{9} \times \sqrt{2} \\ &= 9 + 2 \times 3\sqrt{2} \\ &= \underline{\underline{9 + 6\sqrt{2}}} \end{aligned}$$

$$F = (3\sqrt{5} - 2)^2$$

$$\begin{aligned} &= (3\sqrt{5})^2 - 2 \times 3\sqrt{5} \times 2 + 2^2 \\ &= 3^2 \times 5 - 12\sqrt{5} + 4 \\ &= \underline{\underline{49 - 12\sqrt{5}}} \end{aligned}$$

$$G = (4\sqrt{3} + \sqrt{7})(4\sqrt{3} - \sqrt{7})$$

$$\begin{aligned} &= (4\sqrt{3})^2 - (\sqrt{7})^2 \\ &= 4^2 \times 3 - 7 \\ &= \underline{\underline{48 - 7 = 41}} \end{aligned}$$

Exercice 3 : (Directement sur le sujet)

1) Donner la définition d'un nombre décimal :

Soit $x \in \mathbb{D}$: alors il existe un entier a et un entier naturel n tels que : $x = \frac{a}{10^n}$

2) Donner un exemple de nombre décimal non entier : 3,5 $\frac{1}{3}$

3) Donner un exemple de nombre rationnel mais non décimal : $\sqrt{2}$

4) Donner un exemple de nombre réel, mais non rationnel : $\sqrt{2}$

5) A quel ensemble le plus petit possible appartient le nombre $(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})$? Justifier.

$$(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) = 1^2 - (\sqrt{3})^2 = 1 - 3 = -2 \in \mathbb{Z}$$

Exercice 4 : (Directement sur le sujet)

Déterminer l'écriture scientifique des nombres suivants en détaillant :

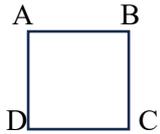
$$H = 4\,231,76$$

$$I = 0,00875 \times 10^{-1}$$

$$H = \underline{4,23176 \times 10^3}$$

$$I = 8,75 \times 10^{-3} \times 10^{-1} \\ = 8,75 \times 10^{-3+(-1)} = \underline{8,75 \times 10^{-4}}$$

Exercice 5 : (Sur votre copie) (Tous les calculs seront faits en valeur exacte)

 <p>ABCD est un carré tel que $AB = 3\sqrt{5} + \sqrt{2}$</p>	<ol style="list-style-type: none">1) Calculer le périmètre de ABCD2) Calculer son aire3) Calculer la longueur d'une de ses diagonales (BONUS)
--	--

$$1) P(ABCD) = 4 \times AB = 4 \times (3\sqrt{5} + \sqrt{2}) \\ = \underline{12\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}$$

$$2) \text{Aire}(ABCD) = AB^2 = (3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 \\ = (3\sqrt{5})^2 + 2 \times 3\sqrt{5} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ = 3^2 \times (\sqrt{5})^2 + 6\sqrt{10} + 2 \\ = 9 \times 5 + 2 + 6\sqrt{10} \\ = \underline{47 + 6\sqrt{10}}$$

3) Dans le triangle ABC, rectangle en B, on applique le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 \times 2 \\ = (47 + 6\sqrt{10}) \times 2 \\ = 94 + 12\sqrt{10}$$

$$\text{d'où : } \underline{AC = \sqrt{94 + 12\sqrt{10}}}$$