

Seconde A	<u>Corrigé du devoir de mathématiques :</u> <i>Calcul littéral</i>	Fait le vendredi 15 décembre 2023
-----------	--	-----------------------------------

Exercice 1 : (Sur votre copie)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1) $(5x - 2)(7 - 2x) = 0$ 2) $\frac{3x - 1}{4x + 5} = 0$ 3) $\frac{3}{4}(x - 1) \geq 5x - 2$ 4) $\frac{x + 5}{2x - 7} = 6$

<p>1) Un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul.</p> $5x - 2 = 0 \quad \text{ou} \quad 7 - 2x = 0$ $\frac{5x}{5} = \frac{2}{5} \quad \text{ou} \quad \frac{-2x}{-2} = \frac{-7}{-2}$ $x = \frac{2}{5} \quad \text{ou} \quad x = \frac{7}{2}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Donc : $S = \left\{ \frac{2}{5}; \frac{7}{2} \right\}$</p> </div>	<p>2) Valeur interdite : $4x + 5 = 0$ $4x = -5$ $x = -\frac{5}{4}$</p> <p>On va résoudre l'équation dans $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{5}{4} \right\}$</p> $\frac{3x - 1}{4x + 5} = 0$ <p>équivalent à $3x - 1 = 0$</p> $3x = 1 \text{ d'où : } x = \frac{1}{3} \neq -\frac{5}{4}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Donc : $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$</p> </div>	<p>3) $\frac{3}{4}x - \frac{3}{4} \geq 5x - 2$</p> $\frac{3}{4}x - 5x - \frac{3}{4} \geq \cancel{5x} - \cancel{5x} - 2$ $\frac{3}{4}x - \frac{20}{4}x - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \geq -2 + \frac{3}{4}$ $-\frac{17}{4}x \geq -\frac{8}{4} + \frac{3}{4} = -\frac{5}{4}$ <div style="text-align: center;"> <p>$:-\frac{17}{4} < 0$ $:-\frac{17}{4} < 0$</p> </div> $x \leq -\frac{5}{4} : \left(-\frac{17}{4}\right) = \frac{5}{4} \times \frac{4}{17} = \frac{5}{17}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Donc : $S =]-\infty; \frac{5}{17}]$</p> </div>	<p>4) Valeur interdite : $2x - 7 = 0$ $2x = 7$ $x = \frac{7}{2}$</p> <p>On va résoudre dans : $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{7}{2} \right\}$</p> $\frac{x + 5}{2x - 7} = 6 \text{ équivaut à :}$ $\frac{2x - 7}{x + 5} - 6 = 0$ $\frac{2x - 7}{x + 5} - \frac{6 \times (2x - 7)}{x + 5} = 0$ $\frac{2x - 7 - 12x + 42}{x + 5} = 0$ $\frac{-11x + 47}{2x - 7} = 0 \text{ équivaut}$ <p>à : $-11x + 47 = 0$</p> $-11x = -47$ $x = \frac{47}{11} \neq \frac{7}{2}$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>Donc : $S = \left\{ \frac{47}{11} \right\}$</p> </div>
--	---	--	--

Exercice 2 : (Directement sur le sujet)

Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = (x + 4)(2x - 7) - (5x + 1)(3 - 2x)$ $= 2x^2 - 7x + 8x - 28 - [15x - 10x^2 + 3 - 2x]$ $= 2x^2 + x - 28 - 15x + 10x^2 - 3 + 2x$ $= \underline{\underline{12x^2 - 12x - 31}}$	$B = (5x - 1)^2 - (3x + 1)^2$ $= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 1 + 1^2 - [(3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2]$ $= 25x^2 - 10x + 1 - [9x^2 + 6x + 1]$ $= 25x^2 - 10x + 1 - 9x^2 - 6x - 1$ $= \underline{\underline{16x^2 - 16x}}$
---	---

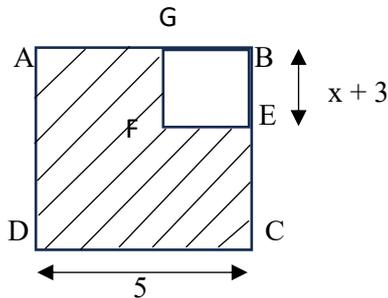
Exercice 3 : (Directement sur le sujet)

$C = (2x + 5)(x - 1) + (x - 1)(2x - 5)$ $= (x - 1)(2x + 5 + 2x - 5)$ $= (x - 1)(4x)$ $= \underline{\underline{4x(x - 1)}}$	$D = 121 - (4x - 3)^2$ $= 11^2 - (4x - 3)^2$ $= (11 + 4x - 3)(11 - (4x - 3))$ $= (4x + 8)(11 - 4x + 3)$ $= \underline{\underline{(4x + 8)(-4x + 14)}}$	$E = 9x^2 - 6x + 1$ $= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2$ $= \underline{\underline{(3x - 1)^2}}$
--	--	--

NOM :Prénom :

Exercice 4 : (Sur votre copie)

Dans la figure ci-dessous, ABCD est un carré de côté 5 et BEFG est aussi un carré mais de côté $x + 3$, où x est un nombre.



1) Montrer que $-3 \leq x \leq 2$

On sait que le petit carré BEFG est contenu dans le grand carré ABCD, d'où : $0 \leq x + 3 \leq 5$

D'où : $0 - 3 \leq x + 3 - 3 \leq 5 - 3$, c'est-à-dire : $-3 \leq x \leq 2$

2) Prouver que l'aire de la partie hachurée est donnée par $A = 25 - (x + 3)^2$

$A = \text{Aire}(\text{partie hachurée}) = \text{Aire}(\text{ABCD}) - \text{Aire}(\text{BEFG})$

$$= 5^2 - (x + 3)^2 = \underline{25 - (x + 3)^2}$$

3) Déterminer la forme développée et réduite de A

$$A = 25 - (x + 3)^2$$

$$= 25 - (x^2 + 2 \times 3x \times 1 + 3^2)$$

$$= 25 - x^2 - 6x - 9 = \underline{-x^2 - 6x + 16}$$

4) Factoriser A

$$A = 5^2 - (x + 3)^2 = (5 + x + 3)(5 - (x + 3)) = (x + 8)(5 - x - 3)$$

$$= \underline{(x + 8)(-x + 2)}$$

5) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire $A = 0$?

$$A = 0 \text{ équivaut à } (x + 8)(-x + 2) = 0$$

Or, un produit est nul, si l'un au moins de ses facteurs est nul :

$$x + 8 = 0 \quad \text{ou} \quad -x + 2 = 0$$

$$x = -8 \quad \text{ou} \quad x = 2$$

Or, $-3 \leq x \leq 2$, d'où : $x = 2$ seule valeur possible pour avoir $A = 0$

6) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire $A = 16$?

$$A = 16 \text{ équivaut à : } -x^2 - 6x + \cancel{16} = \cancel{16}$$

$$-x(x + 6) = 0. \text{ Un produit est nul, si l'un au moins de ses facteurs est nul.}$$

$x = 0$ ou $x + 6 = 0$, c'est-à-dire : $x = -6$. Seule possibilité : $x = 0$ (car $-3 \leq x \leq 2$)