

Seconde	Module 2 : Calcul algébrique et littéral : <i>Identités remarquables, développements, factorisations et équations</i>	Année scolaire 2022/2023
---------	---	-----------------------------

I) **Rappels de calcul algébrique/calcul littéral :**

1) **Distributivité :**

a) **Simple distributivité :**

La multiplication des réels est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction

Autrement dit : soient a,b et k, trois nombres réels, alors :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

b) **Double distributivité :**

Soient a, b, c et d, quatre réels :

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

2) **Développement :**

Consiste à transformer un produit en somme algébrique en utilisant, entre autres, les règles rappelées ci-dessus.

Exemples :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = \sqrt{3}(5x^2 - 7x + 2) \quad \text{et} \quad B = 4ab^2(2a - 3b + 6ab)$$

3) **Factorisation :**

Consiste à transformer une somme algébrique en produit en utilisant, entre autres, les règles rappelées ci-dessus.

Exemples :

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 15ab^2 - 10ab + 5b$$

$$B = 3x^2 - 3x$$

$$A = \dots = \dots$$

4) **Calculs fractionnaires :**

Ce sont les mêmes règles que pour le calcul fractionnaire avec des valeurs numériques.

Exemples :

Mettre sous le même dénominateur les expressions suivantes :

$$A = 3 + \frac{2}{3x+1}, \text{ pour tout } x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{3}\} \quad \text{et} \quad B = 5x - \frac{7x+1}{x-2}, \text{ pour tout } x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$\begin{array}{ll} A = & = \\ = & = \\ = & = \\ = & = \end{array}$$

II) Identités remarquables :

Formules à connaître *dans les deux sens* :

- | |
|----------------------------------|
| 1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ |
| 2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ |
| 3) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ |

Exemples :

1) Calculer et simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{array}{ll} A = (\sqrt{5} + 2)^2 & B = (2\sqrt{3} - \sqrt{7})^2 \\ = & = \\ = & = \\ = & = \end{array}$$

2) Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\begin{array}{ll} C = (4x + 1)^2 + (3x - 2)(x - 5) & D = (x - 8)^2 - (2x + 1)^2 \\ = & = \\ = & = \\ = \underline{\hspace{1cm}} & = \underline{\hspace{1cm}} \end{array}$$

3) Factoriser les expressions suivantes :

$$E = 64x^2 - 1 \quad F = x^2 - 6x + 9 - (x - 3)(x + 2)$$

III) Résolution de différents types d'équations :

1) Équations produits = 0 :

$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0$
--

Exemples :

Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{ll} a) (3x + 2)(x - 7) = 0 & b) (x - 2)^2 - (3x + 1)^2 = 0 \end{array}$$

2) Quotients nuls :

Tout d'abord :

$$\frac{A}{B} \text{ est défini si et seulement si } B \neq 0$$

Ensuite :

$$\text{Si } B \neq 0, \quad \frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0$$

Exemples :

- a) Déterminer le domaine de définition de l'expression suivante :

$$A = \frac{5x+2}{8x-1}$$

A est définie si et seulement si $8x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 8x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{8}$$

Donc A est définie pour tous les x réels sauf $\frac{1}{8}$ c'est-à-dire que son domaine de définition

$$\text{est : } \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{8} \right\}$$

- b) Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{2x+3}{x-5} = 0$$

$$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1} = 0$$