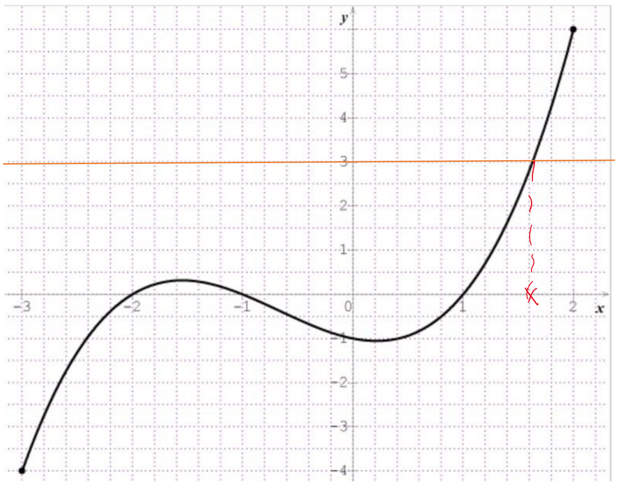
NOM :……………………………………….Prénom :………………………………………

Seconde G	**Corrigé du devoir de mathématiques :** *Fonctions : lectures graphiques /Calcul littéral*	Fait le mardi 17 janvier 2023

Exercice 1 :

Dans un repère orthogonal du plan, on a tracé la courbe représentative d'une fonction f

définie sur [-3 ;2] :



1) Compléter le tableau suivant **sans justification** :

Image de -3	−4
f(0)	−1
f(2)	6
Antécédent(s) de 0 par f	−2 ; −1 ; 1

2) Résoudre graphiquement **en justifiant** l'équation f(x) = 3 sur [-3 ;2]

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points d'intersection de (C_f) avec la droite horizontale à l'ordonnée 3

Il y en a une seule $S = \{1,6\}$

3) Résoudre graphiquement **en justifiant** l'inéquation f(x) > 0 sur [-3 ;2]

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points de (C_f) situés strictement au-dessus de l'axe des abscisses.

$S =]-2;-1[\cup]1;2]$

Exercice 2 :

On considère les fonctions g et h définies sur [-3 ;1] respectivement par :

$g(x) = -2x^2 - 3x + 2$ et $h(x) = 3x + 2$

NOM :……………………………………….Prénom :………………………………………

Partie A :

1) Montrer soigneusement que g(x) = $-2(x-\frac{1}{2})(x+2)$

$-2(x-\frac{1}{2})(x+2) = -2(x^2+2x-\frac{1}{2}x-1)$

$= -2(x^2+\frac{4}{2}x-\frac{1}{2}x-1)$

$= -2x^2-3x+2 = g(x)$

Donc : $g(x) = -2(x-\frac{1}{2})(x+2)$

2) Montrer soigneusement que g(x) = $-2(x+\frac{3}{4})^2+\frac{25}{8}$

$-2(x+\frac{3}{4})^2+\frac{25}{8} = -2(x^2+2\times x\times\frac{3}{4}+(\frac{3}{4})^2)+\frac{25}{8}$

$= -2x^2-3x-2\times\frac{9}{16}+\frac{25}{8}$

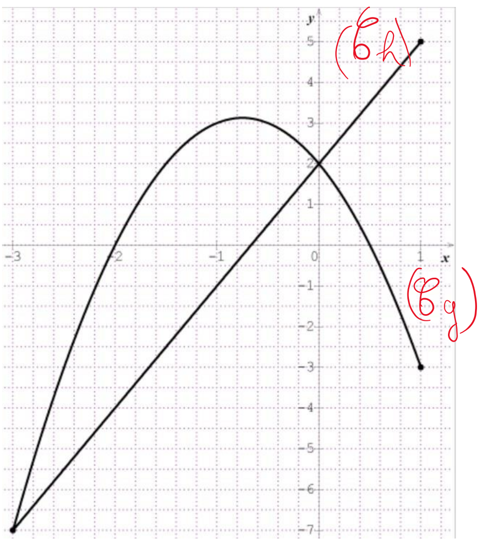
$= -2x^2-3x-\frac{9}{8}+\frac{25}{8}$

$= -2x^2-3x+2 = g(x)$

Donc : $g(x) = -2(x+\frac{3}{4})^2+\frac{25}{8}$

Partie B : Résolutions graphiques

On a tracé les courbes représentatives des deux fonctions g et h dans un repère orthogonal du plan sur [-3 ;1] :



NOM :……………………………………….Prénom :………………………………………

1) Résoudre l'équation g(x) = 2 par lecture graphique en justifiant

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points d'intersection de (C_g) avec la droite horizontale à l'ordonnée 2.

Il y en a 2 : $-1,5$ et 0

$S = \{-1,5 ; 0\}$

2) Déterminer les éventuels antécédents de 0 par g par lecture graphique en justifiant.

Les antécédents éventuels de 0 par g sont les abscisses des points d'intersection de (C_g) avec l'axe des abscisses.

Il y en a 2 : -2 et $0,5$

3) Résoudre graphiquement g(x) = h(x) en justifiant

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points d'intersection de (C_g) avec (C_h)

Il y en a 2 : $S = \{-3 ; 0\}$

4) Résoudre graphiquement l'inéquation h(x) ≥ - 4 en justifiant

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points de (C_h) situés sur ou au-dessus de la droite horizontale à l'ordonnée -4.

Il y en a 1 : $S = [-2 ; 1]$

Partie C : Résolutions algébriques

En utilisant les résultats de la partie A, résoudre les équations et inéquations suivantes :

1) Déterminer les antécédents de 0 par g algébriquement

$g(x) = 0 \quad -2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+2) = 0$

Un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul

$x - \frac{1}{2} = 0$ ou $x + 2 = 0$

$x = \frac{1}{2}$ ou $x = -2$

0 a donc deux antécédents par g : -2 et $\frac{1}{2}$

NOM :……………………………………….Prénom :………………………………………

2) Résoudre g(x) = 2

$g(x) = 2$ équivaut à : $-2x^2 - 3x + 2 = 2$

$-2x^2 - 3x + \cancel{2} - \cancel{2} = 0$

$-2x^2 - 3x = 0$

$x(-2x - 3) = 0$

Un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul

D'où : $x = 0$ ou $-2x - 3 = 0$

$\frac{-\cancel{2}x}{-\cancel{2}} = \frac{3}{-2}$

$x = -\frac{3}{2}$

Donc : $S = \{0 ; -\frac{3}{2}\}$

3) Résoudre g(x) = h(x)

$g(x) = h(x)$ équivaut à : $-2x^2 - 3x + 2 = 3x + 2$

$-2x^2 - 3x + \cancel{2} - 3x - \cancel{2} = 0$

$-2x^2 - 6x = 0$

$-2x(x + 3) = 0$

Un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul

$-2x = 0$ ou $x + 3 = 0$

$x = 0$ ou $x = -3$

Donc : $S = \{0 ; -3\}$

4) Résoudre l'inéquation h(x) ≥ - 4

$h(x) \geq -4$ équivaut à $3x + 2 \geq -4$

$\frac{3x}{3} \geq \frac{-4 - 2 = -6}{3}$

$x \geq -2$

Donc : $S = \{-2 ; 1]$

NOM :……………………………………….Prénom :………………………………………

5) **Question BONUS :** Victorine affirme que h(x) ≥ g(x), pour tout x positif.
Qu'en pensez-vous ? Justifier graphiquement puis algébriquement.

Graphiquement :

- Les solutions éventuelles sont les abscisses des points de ($\mathcal{C}_h$) situés sur ou au-dessus de ($\mathcal{C}_g$)

$S = [0 ; 1]$

Algébriquement :

$h(x) \geqslant g(x)$ équivaut à : $3x+2 \geqslant -2x^2-3x+2$

$2x^2+3x \cancel{-2}+3x \cancel{+2} \geqslant 0$

$x(2x+6) \geqslant 0$

Pour $x \in [0 ; 1]$, $x \geqslant 0$ et $2x+6 > 0$ } d'où : $x(2x+6) \geqslant 0$

Victorine a donc raison