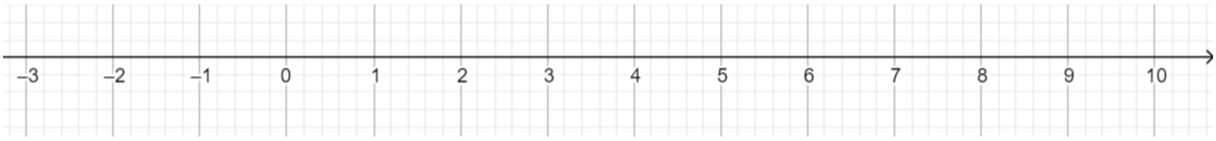
Seconde	**Intervalles. Valeur absolue**	Année scolaire 2021/2022

I) Intervalles de $\mathbb{R}$:

1) Généralités :

Rappel : Droite numérique réelle

Tout nombre réel est l'abscisse d'un point de la droite numérique



Soients a et b, deux nombres réels tels que a < b :

Tous les cas à connaître se trouvent dans le tableau suivant :

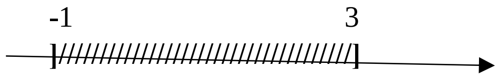
(à compléter)

	Encadrement	Intervalle	Représentation
x se situe entre a et b			
x se situe en-dessous de a			
x se situe au-dessus de b			

Exemples : *Ecrire de deux autres manières chacune des propositions suivantes*

a) x ϵ [-3 ;+∞[: ……………………………………………………………………………

b) – 6,2 < x ≤ - 1 :………………………………………………………………………………

c) 

:…………………………………………………..

2) Réunion d'intervalles :

Soient I et J, deux intervalles réels.

Un nombre réel x est situé dans **la réunion de I et J**, si x ϵ I ou x ϵ J

Notation : x ϵ I∪J

Exemples :

- Si I = [-3 ;5] et J = [0 ;7], alors **I∪J = ……………**
- Si I =]-∞ ;2[et J = [-5 ;1], alors **I∪J……………………..**

3) Intersection d'intervalles :

Soient I et J, deux intervalles réels.
Le nombre réel x est situé dans **l'intersection de I et J**, si x ϵ I **et** x ϵ J

Notation : x ϵ I∩J

Exemples :

- Si I = [5 ;9] et J = [7 ;+∞[, alors **I∩J =………………………..**
- Si I = [- 4 ;3] et J = [4 ;12[, alors il n'y a aucun élément dans l'intersection .
  D'où : **I∩J = ……..**

II) Valeur absolue d'un nombre réel :

1) Définition :

Soit x ϵℝ. **La valeur absolue** du nombre réel x est la distance entre 0 et x sur l'axe réel.

Notation : la valeur absolue de x se note |x|

Exemple :

|-3| = 3 et |3| = 3

La valeur absolue d'un nombre étant une distance, elle est positive ou nulle

2) Distance entre deux nombres :

Soient a et b, deux nombres réels . **La distance entre a et b sur l'axe réel** est égale à $|a - b|$

Remarque : la distance entre a et b est égale à la distance entre b et a .

Autrement dit : $|a - b| = |b - a|$

Exemples :

La distance entre -3 et 5 est égale à $|-3 - 5|$

Cette distance vaut **8**

$|4+2| = |4 - (-2)|$ = distance entre 4 et -2

Cette distance vaut **6**

3) Propriété (Admise) :

Soit $x \in \mathbb{R}$, alors : $|x| = \begin{cases} x\,, si\ x \geq 0 \\ -x, si\ x < 0 \end{cases}$

Exemples :

$|-5| = 5$ $|\pi - 4| = 4 - \pi$, car $\pi - 4 < 0$ $|\sqrt{3} - \sqrt{2}| = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, car $\sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$

4) Lien valeur absolue – Intervalles :

Soit a, un nombre réel, et $r \geq 0$:

On considère un nombre réel $x \in [a - r\ ;\ a + r]$:

Pour que x soit contenu dans cet intervalle, il faut que la distance entre x et a soit inférieure ou égale à r.

Or, la distance entre x et a est donnée par : $|x - a|$

On a donc l'équivalence suivante :

$$\boxed{x \in [a - r\ ;\ a + r] \iff |x - a| \leq r}$$

Exemples d'application :

a) $x \in [-2\ ;8]$:

D'où : $x \in [-2\ ;8] \Leftrightarrow$ distance entre x et 3 est inférieure ou égale à 5 $\Leftrightarrow |x-3| \leq 5$

b) Résoudre l'équation suivante :

$$|x-5| = 2$$

C'est-à-dire : la distance entre x et 5 doit être égale à 2

D'où : x = ………………….

Donc : **S = ……………..**

c) Résoudre l'inéquation suivante :

$$|x+4| > 5$$

Tout d'abord : $|x+4| = |x-(-4)|$

Autrement dit : résoudre cette inéquation consiste à chercher les valeurs de x telles que la distance de x à – 4 soit supérieure strictement à 5

C'est-à-dire : **S = ……………………………………………**