Seconde A	**Corrigé du devoir de mathématiques :** *Vecteurs*	Fait le mardi 22 mars 2022

Exercice 1 :

Soient A, B et C, trois points non alignés.

On considère le vecteur $\vec{u} = 5\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$ et le vecteur $\vec{v} = 10\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC}$

Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires en justifiant.

$2\vec{u} = 2 \times (5\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC})$

$= 10\overrightarrow{AB} - 6\overrightarrow{AC} = \vec{v}$

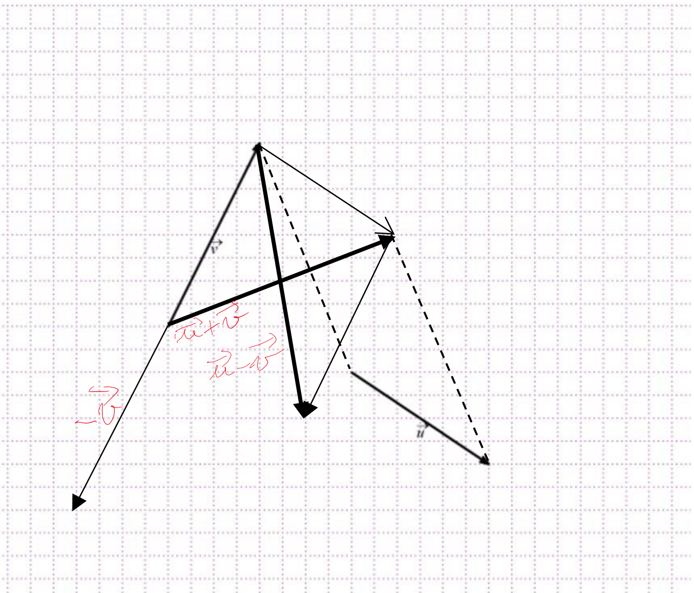
Comme $\vec{v} = 2\vec{u}$, alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Exercice 2 :

1) Par lecture graphique, déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ (unité : 1 carreau par unité sur chaque axe)

Coordonnées de $\vec{u}$: $(6 ; -4)$ Coordonnées de $\vec{v}$: $(4 ; 8)$

2) Tracer sur la figure ci-dessous le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$, puis le vecteur $\vec{u} - \vec{v}$: (utiliser des couleurs)



Exercice 3 :

Soient les points A(-3 ;2), B(5 ;6) et C(-6 ;$\frac{1}{2}$)

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB}\,(x_B - x_A ; y_B - y_A)$

$(5-(-3) ; 6-2)$

$(8 ; 4)$

$\overrightarrow{AC}\,(x_C - x_A ; y_C - y_A)$

$(-6-(-3) ; \frac{1}{2} - 2)$

$(-3 ; -\frac{3}{2})$

2) Calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

$$\det(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 8 & -3 \\ 4 & -\frac{3}{2} \end{vmatrix}$$

$$= 8\times\left(-\frac{3}{2}\right) - 4\times(-3)$$

$$= -12+12 = 0$$

3) Que peut-on en déduire concernant les points A, B et C ? Justifier.

Comme $\det(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = 0$, alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires avec un point en commun.

Donc : A, B et C sont alignés

Exercice 4 :

Soient les points E(-1 ;5), F(2 ;-3), G(4 ;7) et H(10 ;-9)

Montrer que les droites (EF) et (GH) sont parallèles en justifiant la démarche.

$\overrightarrow{EF}(x_F - x_E ; y_F - y_E)$ $\qquad$ $\overrightarrow{GH}(x_H - x_G ; y_H - y_G)$

$(2+1 ; -3-5)$ $\qquad$ $(10-4 ; -9-7)$

$(3 ; -8)$ $\qquad$ $(6 ; -16)$

On a : $2x_{\overrightarrow{EF}} = x_{\overrightarrow{GH}}$ et $2y_{\overrightarrow{EF}} = y_{\overrightarrow{GH}}$

d'où : $\overrightarrow{GH} = 2\overrightarrow{EF}$, c'est-à-dire : $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires

Donc : (EF) // (GH)

Exercice 5 : On se place dans un repère orthonormé du plan.

Soient les points R(-3 ;1) et S(4 ;7)

On note L, le point tel que $\overrightarrow{RL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{RS}$.

1) Calculer les coordonnées de L en justifiant.

Comme $\overrightarrow{RL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{RS}$, alors L est le milieu de [RS]

d'où : $\begin{cases} x_L = \dfrac{x_R + x_S}{2} = \dfrac{-3+4}{2} = \dfrac{1}{2} \\ y_L = \dfrac{y_R+y_S}{2} = \dfrac{1+7}{2} = 4 \end{cases}$, donc L a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2} ; 4\right)$

2) Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{RS}$. En déduire celle du vecteur $\overrightarrow{RL}$ en justifiant.

La norme de $\overrightarrow{RS}$ est $RS = \sqrt{(x_S - x_R)^2 + (y_S - y_R)^2}$ (car on travaille dans un repère orthonormé du plan)

$RS = \sqrt{(4-(-3))^2 + (7-1)^2}$

$= \sqrt{7^2 + 6^2} = \sqrt{49+36} = \sqrt{85}$

Comme $\overrightarrow{RL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{RS}$, alors $RL = \frac{1}{2} \times RS$

$= \frac{\sqrt{85}}{2}$

<u>Question BONUS :</u> Soient trois points : A, B et C. On considère le point M tel que :

$$3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 5\overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Montrer soigneusement que les points A, B et C sont alignés.

$3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 5\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

d'où : $3\overrightarrow{MA} + 2(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) - 5(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}) = \vec{0}$ (relation de Chasles)

$3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

$\underbrace{0\overrightarrow{MA}}_{=\vec{0}} + 2\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

$2\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{AC}$

d'où $\overrightarrow{AB} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$, donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires avec un point en commun.

Par conséquent : A, B et C sont alignés