Seconde	**Corrigé du devoir de mathématiques :**	Fait le mardi 04 janvier 2022

Exercice 1 : (3 pts)

Résoudre les inéquations suivantes et écrire les résultats sous la forme d'un intervalle :

1) $3x + 2 > 5$ 2) $-7x - 4 \leq -2x + 9$

1) $3x + 2 > 5$

$3x + \cancel{2} - \cancel{2} > 5 - 2$

$3x > 3$

$\div 3$ $\div 3$

$x > 1$

Donc : $S =]1 ; +\infty[$

2) $-7x - \cancel{4} + \cancel{4} \leq -2x + 9 + 4$

$-7x \leq -2x + 13$

$-7x + 2x \leq -\cancel{2x} + \cancel{2x} + 13$

$-5x \leq 13$

$\div(-5)$ $\div(-5)$

<0

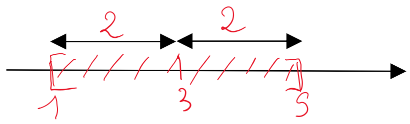
$x \geq -\frac{13}{5}$

Donc : $S = \left[-\frac{13}{5} ; +\infty\right[$

Exercice 2 : (3 pts)

1) Ecrire sous la forme d'un intervalle :

$|x - 3| \leq 2$

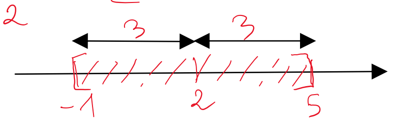


Donc : $x \in [1 ; 5]$

2) Ecrire sous la forme d'une inégalité avec une valeur absolue en justifiant :

$x \in [-1 ;5]$

Valeur centrale : $\frac{-1+5}{2} = 2$



Donc : $|x - 2| \leq 3$

Exercice 3 : (5 pts)

1) Développer, réduire et ordonner :

$A = (2x - 1)^2 - (4x + 5)(x - 2)$

$A = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 - (4x \times x + 4x \times (-2) + 5 \times x + 5 \times (-2))$

$= 4x^2 - 4x + 1 - (4x^2 - 8x + 5x - 10)$

$= \cancel{4x^2} - 4x + 1 - \cancel{4x^2} + 8x - 5x + 10$

$= -x + 11$

2) a) Factoriser l'expression suivante :

$$B = (x + 2)^2 – (2x – 3)^2$$

$B = (x+2+2x-3)(x+2-(2x-3))$ (car $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$)

$= (3x-1)(x+2-2x+3)$

$= (3x-1)(-x+5)$

b) En déduire la résolution de l'équation : B = 0

$B=0$: $(3x-1)(-x+5)=0$

Un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul

$3x-1=0$ ou $-x+5=0$

$3x-\cancel{1}+\cancel{1}=1$ ou $-x+\cancel{5}-\cancel{5}=-5$

$\frac{3x}{3}=\frac{1}{3}$ ou $\frac{-x}{-1}=\frac{-5}{-1}$

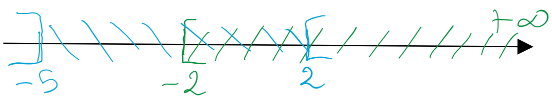
$x=\frac{1}{3}$ ou $x=5$

Donc : $S=\left\{\frac{1}{3};5\right\}$

Exercice 4 : (2 pts)

Soient I = [-2 ;+∞[et J =]-5 ;2[.

Déterminer I∪J et I∩J en justifiant par un schéma



D'où : $I \cup J =]-5;+\infty[$

et $I \cap J = [-2;2[$

Exercice 5 : (7 pts)

Soient les points suivants dans un repère orthonormé du plan :

A(-5 ;2), B(1 ;6) et C(3 ;3)

1) Soit M le milieu de [AC]. Calculer les coordonnées du point M

$x_M = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{-5+3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

$y_M = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$

donc : $M\left(-1;\frac{5}{2}\right)$

2) a) Calculer AB, BC et AC

$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(1-(-5))^2+(6-2)^2}$

$= \sqrt{6^2+4^2}$

$= \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$

$= \sqrt{(3-1)^2 + (3-6)^2}$

$= \sqrt{4+9}$

$= \sqrt{13}$

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$

$= \sqrt{(3+5)^2 + (3-2)^2}$

$= \sqrt{8^2 + 1^2}$

$= \sqrt{65}$

b) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.

[AC] est le plus grand côté :

$AC^2 = 65$

D'autre part :

$AB^2 + BC^2 = 52 + 13 = 65$

D'où : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B

3) Calculer les coordonnées du point D pour que M soit le milieu de [BD]

Soient $(x_D ; y_D)$ les coordonnées du point D

M est le milieu de [BD] : $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_B + x_D}{2} \\ y_M = \dfrac{y_B + y_D}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} -1 = \dfrac{1 + x_D}{2} \\ \dfrac{5}{2} = \dfrac{6 + y_D}{2} \end{cases}$

Produits en croix :

$-1 \times 2 = 1 + x_D$

$-2 = 1 + x_D$

$-2 - 1 = \cancel{1} - \cancel{1} + x_D$

$-3 = x_D$

$5 = 6 + y_D$

$5 - 6 = \cancel{6} - \cancel{6} + y_D$

$-1 = y_D$

Donc : $D(-3 ; -1)$

4) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

Le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu
(M est le milieu de [AC] et de [BD])

Donc : ABCD est un parallélogramme

De plus : $\widehat{ABC} = 90°$ (d'après 2 b))

Donc : ABCD est un rectangle

Or, $AB \neq BC$, donc ABCD n'est pas un carré