| Seconde | **Cours : Lectures graphiques et généralités sur les fonctions** | Année scolaire 2020/2021 |
|---|---|---|

## I) Rappels de troisième sur les fonctions :

### 1) Définitions, exemples et notations :

#### a) Fonction :

On considère un ensemble D contenu dans $\mathbb{R}$ (notation : ……………)
On dit que *f est une fonction définie sur D* si pour chaque ………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………………

Notations :
f: ……….. ou ………………..
On dit que D est ………………………ou ………………………………….. de la fonction f.

#### b) Images, antécédents :

Dans la notation y = f(x) , y est **……………**du nombre x par la fonction f et x est un ………………du nombre y par la fonction f.

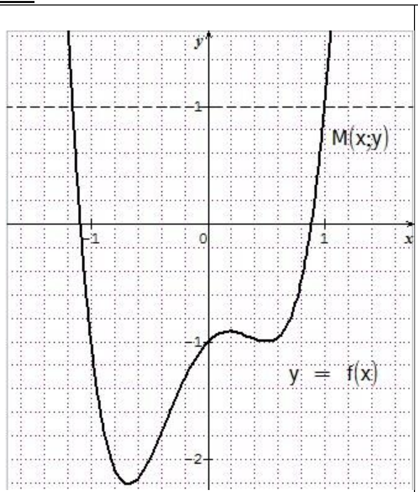
Remarques :
- Tout nombre x de D n'a qu'une seule …………….par f
- Tout nombre réel y peut ne pas avoir …………………….., ou en avoir un ou bien plusieurs.

Exemple : Si on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$
f(5) = …….c'est-à-dire l'image de 5 par la fonction f est ……mais,……. a deux antécédents par f : ……………………

### 2) Représentations graphiques :

On se donne un repère du plan.
L'ensemble des points M de coordonnées (x;y) avec x∈ D et y = f(x) est appelé ……………………………………………

Exemple :




- L'axe des x est celui des ………………
- L'axe des y est celui des ………………
- Si on appelle ($C_f$) la courbe représentative de la fonction f, alors on dit que ($C_f$) a pour équation ……….

### 3) Utilisation de la calculatrice :*(Sur CASIO Graph 35+)*

a) Calcul d'un tableau de valeurs :

- Dans le menu principal, choisir TABLE
- Taper ensuite la fonction f
- Grâce à la touche f5 (SET) , on peut donner la valeur de x au départ, à la fin puis le pas (step)
- Ensuite, taper sur la touche f6 (TABLE)

Exemple :

Considérons la fonction f définie par $f(x) = 3x^4 - 7x^3 + 2x^2 - 9x + 1$ sur [-10;10]

b) Représentation graphique :

- Dans le menu principal, choisir GRAPH.
- Sélectionner la fonction à représenter

!! ATTENTION !! au choix de l'échelle pour la représentation sur l'écran de la calculatrice
Pour cela, taper sur shift puis F3 (V-Window)

4) Utilisation de quelques logiciels : (Voir en TP) a) Sine qua non b) Geogebra c) Tableur

## II) Equations et inéquations :

1) Rappel : résolution algébrique d'équations

*Voir les chapitres précédents*

2) Résolution graphique :

a) Equations :

- Equations f(x) = a :

*Pour résoudre graphiquement une équation du type f(x) = a où a est un nombre :*

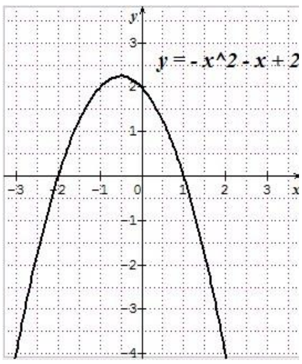
- ……………………………………………………………………………………………….
- ………………………………………………………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………………

Exemple :

On souhaite résoudre graphiquement l'équation suivante :

$$-x^2 - x + 2 = 0$$

A l'aide du grapheur Sine Qua Non, on trace la représentation graphique de la fonction f définie par : $f(x) = -x^2 - x + 2$ sur [-3 ; 2] :




La droite horizontale à l'ordonnée 0 n'est autre que l'axe des abscisses.
On doit donc lire les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses :

Les solutions sont donc : ……………

Remarque :

On peut vérifier ce résultat « algébriquement ».
En effet, on calcule l'image de – 2 par f : $f(-2) = -(-2)^2 - (-2) + 2$
$= -4 + 2 + 2 = \underline{\mathbf{0}}$
De même, on calcule $f(1) = -1^2 - 1 + 2 = -1 - 1 + 2 = \underline{\mathbf{0}}$

- Equations f(x) = g(x) :

*Pour résoudre graphiquement une équation du type f(x) = g(x) :*

-……………………………………………………………………………………………………
- …………………………………………………………………………………………………..

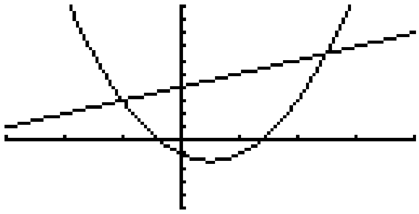
Exemple :

On souhaite résoudre graphiquement l'équation suivante :

$$2x^2 - 2x - 1 = x + 4$$

A l'aide de la calculatrice (CASIO graph 35+) , on représente f et g définies respectivement par : $f(x) = 2x^2 - 2x - 1$ et $g(x) = x + 4$ sur l'intervalle [-3;4]

Puis, à l'aide de la fonction TRACE (shift F1), on peut lire les abscisses des points d'intersection. On trouve -1 et 2,5.



b) Inéquations :

- Inéquations $f(x) < a$ (ou $f(x) > a$) où a est un réel :

*Pour résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x) < a$ où a est un nombre :*

- ………………………………………………………………………………………………

- ………………………………………………………………………………………………

- ………………………………………………………………………………………………

*Pour résoudre graphiquement une inéquation du type $f(x) > a$ où a est un nombre :*

- ………………………………………………………………………………………………

- ………………………………………………………………………………………………

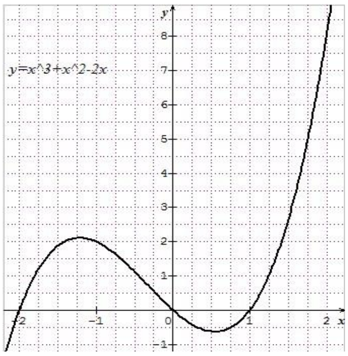
- ………………………………………………………………………………………………

Exemple :

On souhaite résoudre graphiquement l'inéquation suivante :

$$x^3 + x^2 - 2x > 0 \text{ sur l'intervalle } [-2;2]$$

- On commence par tracer la courbe représentative de la fonction f définie par: $f(x) = x^3 + x^2 - 2x$ à l'aide d'un grapheur ( Sine qua Non ,par exemple)
- On lit les abscisses des points de la courbe situés au-dessus de la courbe représentative de la fonction f
- On écrit les solutions en utilisant éventuellement une réunion :




S = ……………………………..

Remarque : Si on avait demandé de résoudre l'inéquation : $x^3 + x^2 - 2x \leq 0$ sur [-2;2], on aurait répondu :

S =……………………

- Inéquation du type f(x) > g(x) (Position relative de deux courbes)

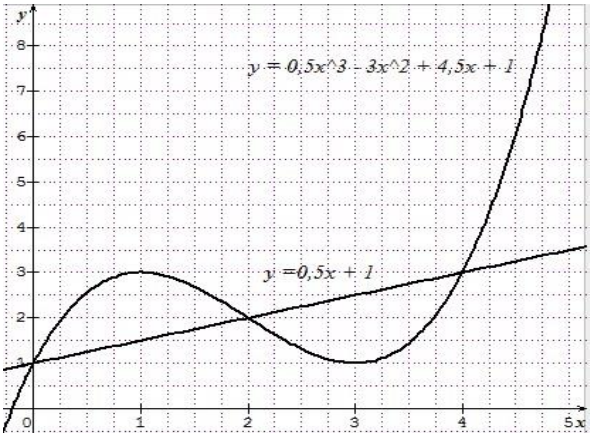
| |
|---|
| *Pour résoudre graphiquement une inéquation du type f(x) > g(x) où f et g sont deux fonctions :* |
| - …………………………………………………………………………………………………… |
| - …………………………………………………………………………………………………… |
| - …………………………………………………………………………………………………… |

<u>Remarque :</u> on procède de même pour résoudre une inéquation du type f(x) < g(x)

<u>Exemple :</u>

Résoudre graphiquement l'inéquation $\frac{1}{2}x + 1 < \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 4{,}5x + 1$ sur [0;5]

- On trace dans le même repère les courbes représentatives des fonctions f et g définies respectivement par $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ et $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 4{,}5x + 1$ à l'aide d'un grapheur (Sine Qua Non , par exemple) :




Les solutions sont les abscisses des points de la courbe représentative de f qui sont situés en-dessous de celle de g.

Donc **<u>S = ………………………………..</u>**

<u>Remarque :</u> Sur [2;4], on a $f(x) \geq g(x)$

C'est-à-dire : $\frac{1}{2}x + 1 \geq \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 4{,}5x + 1$

## <u>IV) Variations des fonctions :</u>

### <u>1) Définitions :</u>

On considère une fonction définie sur un ensemble D.

I est un intervalle contenu dans D (notation : $I \subset D$ )

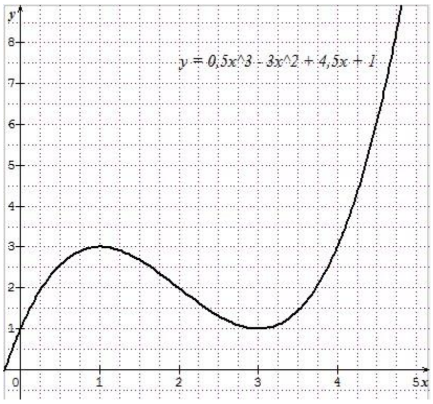
a) *On dit que f est **<u>strictement croissante</u>** sur I si et seulement si pour tous u et v de I tels que u < v alors f(u) < f(v)*

b) *On dit que f est **<u>strictement décroissante</u>** sur I si et seulement si pour tous u et v de I tels que u < v alors f(u) > f(v)*

<u>Remarque :</u>

Si les inégalités précédentes sont larges, on dit que f est croissante au lieu de strictement croissante et décroissante au lieu de strictement décroissante.

Exemple :




On va reprendre la fonction g utilisée dans l'exemple précédent :
g définie sur [0;5] par $g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 4{,}5x + 1$
- Sur [0;1], g est strictement croissante
- Sur [1;3], g est strictement décroissante
- Sur [3;5], g est strictement croissante.

2) Tableau de variation. Extremum :

a) En reprenant l'exemple précédent sur [0;4], on peut résumer les variations en utilisant un tableau avec les valeurs qui interviennent et des flèches pour symboliser la croissance ou la décroissance.

| $x$ | 0 | | 1 | | 3 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Variations de f* | 1 | ↗ | 3 | ↘ | 1 | ↗ | 3 |

b) Extremum :

En regardant le tableau précédent, on voit que 3 est la plus grande valeur que prend f sur l'intervalle [0;4] et 1 la plus petite.
On dit que 3 est **le maximum** de f sur l'intervalle [0;4] et que 1 est **le minimum** de f sur l'intervalle [0;4].

Définition :

On considère une fonction f définie sur un ensemble E, I étant un intervalle contenu dans E ( $I \subset E$) et $a \in I$ :
- On dit que f(a) est **le minimum** de f sur I, si et seulement si pour tout $x \in I$, $f(x) \geq f(a)$
- On dit que f(a) est **le maximum** de f sur I, si et seulement si pour tout $x \in I$, $f(x) \leq f(a)$

On appelle **extremum** un minimum ou un maximum.