

|         |                                                                                                                                            |                                 |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| Seconde | <b>Corrigé du devoir de mathématiques :</b><br>Colinéarité de vecteurs / équations et inéquations avec inconnue au dénominateur/Boucle FOR | Fait le vendredi<br>21 mai 2021 |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|

### Exercice 1 :

On considère les trois points suivants dans un repère du plan :

$$A(3;7), B(-1;-5) \text{ et } C(\frac{1}{2};-\frac{1}{2})$$

1) Calculer  $\det(\vec{AB}; \vec{AC})$

$$\begin{aligned}
\vec{AB} & (x_B - x_A; y_B - y_A) & \vec{AC} & (x_C - x_A; y_C - y_A) \\
& (-1 - 3; -5 - 7) & & (\frac{1}{2} - 3; -\frac{1}{2} - 7) \\
& (-4; -12) & & (-\frac{5}{2}; -\frac{15}{2}) \\
\det(\vec{AB}; \vec{AC}) &= \begin{vmatrix} -4 & -\frac{5}{2} \\ -12 & -\frac{15}{2} \end{vmatrix} \\
&= -4 \times (-\frac{15}{2}) - (-12) \times (-\frac{5}{2}) \\
&= 30 - 6 \times 5 = 30 - 30 = \boxed{0}
\end{aligned}$$

2) Que peut-on en déduire concernant les points A, B et C ? Justifier

Comme  $\det(\vec{AB}; \vec{AC}) = 0$ ,  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  sont colinéaires  
avec un point en commun  
Donc : A, B et C sont alignés

### Exercice 2 :

Soient quatre points dans le plan : E(6;-2), F(-4;5), G(3;  $-\frac{3}{2}$ ) et H(8;-5)

Montrer soigneusement que (EF) // (GH)

$$\begin{aligned}
\vec{EF} & (x_F - x_E; y_F - y_E) & \vec{GH} & (x_H - x_G; y_H - y_G) \\
& (-4 - 6; 5 + 2) & & (8 - 3; -5 + \frac{3}{2}) \\
& (-10; 7) & & (5; -\frac{7}{2}) \\
\text{or, } \det(\vec{EF}; \vec{GH}) &= \begin{vmatrix} -10 & 5 \\ 7 & -\frac{7}{2} \end{vmatrix} = -10 \times (-\frac{7}{2}) - 7 \times 5 = 35 - 35 = 0
\end{aligned}$$

Donc:  $\vec{EF}$  et  $\vec{GH}$  sont colinéaires

Par conséquent:  $(EF) \parallel (GH)$

### Exercice 3 :

On considère le programme incomplet suivant qui permet d'afficher le résultat de la somme S :

$$S = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2}$$

```
S=0
for i in range(1, 7...):
    S=S+1/i**2
print(S)
```

Compléter le programme ci-dessus pour qu'il réponde au problème posé

### Exercice 4 :

1) Résoudre les équations suivantes :

a)  $\frac{3x+2}{5x-1} = 0$

Valeur interdite:  $5x-1=0$

$$\Leftrightarrow 5x - 1 + 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$$

On va résoudre sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{5} \right\}$ :

$$\frac{3x+2}{5x-1} = 0 \Leftrightarrow 3x+2=0 \quad (\text{car si } B \neq 0, \frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A=0)$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2 - 2 = -2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \neq \frac{1}{5}$$

$$\text{Donc: } S = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$$

b)  $\frac{7x-2}{4x+1} = -2$

Valeur interdite:  $4x+1=0$

$$\Leftrightarrow 4x + 1 - 1 = -1$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$$

On va résoudre sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$ :

$$\frac{7x-2}{4x+1} = -2 \Leftrightarrow \frac{7x-2}{4x+1} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{7x-2}{4x+1} + \frac{2(4x+1)}{4x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{7x-2+8x+2}{4x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{15x}{4x+1} = 0 \quad \Leftrightarrow 15x = 0 \quad (\text{car si } B \neq 0, \frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0)$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \neq -\frac{1}{4}$$

$$\text{Donc: } S = \{0\}$$

$$c) \frac{7-2x}{x+6} = \frac{-6x+1}{3x-5}$$

Valeurs interdites:  $x+6=0 \Leftrightarrow x=-6$      $3x-5=0 \Leftrightarrow 3x-\cancel{6}+\cancel{6}=5$   
 $\Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

On va donc résoudre sur  $\mathbb{R} \setminus \{-6, \frac{5}{3}\}$

$$\frac{7-2x}{x+6} - \frac{-6x+1}{3x-5} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(7-2x)(3x-5) - (-6x+1)(x+6)}{(x+6)(3x-5)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{21x-35-6x^2+10x - (-6x^2-36x+x+6)}{(x+6)(3x-5)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{31x-35-\cancel{6x^2}+\cancel{6x^2}+35x-6}{(x+6)(3x-5)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{66x-41}{(x+6)(3x-5)} = 0 \quad \Leftrightarrow 66x-41=0$$

$$\Leftrightarrow 66x = 41$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{41}{66} \neq -6 \neq \frac{5}{3}$$

$$\text{Donc: } S = \left\{ \frac{41}{66} \right\}$$

2) Résoudre les inéquations suivantes :

$$a) \frac{x^2}{4+x} > 0$$

Valeur interdite:  $4+x=0 \Leftrightarrow x=-4$

On va résoudre sur  $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$ :

$$x^2 > 0, \text{ pour tout } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$4+x > 0 \Leftrightarrow x > -4$$

$$\text{Donc: } S = ]-4; +\infty[ \setminus \{0\}$$

$$b) \frac{4-x}{x-9} \leq 3$$

Valeur interdite:  $x-9=0 \Leftrightarrow x=9$

On va résoudre sur  $\mathbb{R} \setminus \{9\}$ :

$$\frac{4-x}{x-9} \leq 3 \Leftrightarrow \frac{4-x}{x-9} - 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4-x}{x-9} - \frac{3(x-9)}{x-9} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4-x}{x-9} - \frac{3x-27}{x-9} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4-x-3x+27}{x-9} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4x+31}{x-9} \leq 0$$

$$-4x+31 \geq 0 \Leftrightarrow -4x \geq -31$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{31}{4}$$

$$x-9 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 9$$

| $x$                           | $-\infty$ | $\frac{31}{4}$ | $9$ | $+\infty$ |
|-------------------------------|-----------|----------------|-----|-----------|
| signe de $-4x+31$             | +         | 0              | -   | -         |
| signe de $x-9$                | -         | -              | 0   | +         |
| signe de $\frac{-4x+31}{x-9}$ | -         | 0              | +   | -         |

Donc:

$$S = ]-\infty; \frac{31}{4}] \cup ]9; +\infty[$$

3) Etudier le signe des expressions suivantes :

a)  $f(x) = \frac{-3x}{2+x^2}$

$x^2 \geq 0$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , d'où  $x^2+2 > 0$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$

On va étudier le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$ :

$$-3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$$

$$\text{D'où } \begin{cases} f(x) \leq 0, \text{ pour tout } x \geq 0 \\ f(x) > 0, \text{ pour tout } x < 0 \end{cases}$$

b)  $g(x) = \frac{-5x+1}{6+7x}$

Valeur interdite:  $6+7x=0$

$$\Leftrightarrow 7x+6-6=-6$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{7}$$

On va étudier le signe de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{6}{7}\}$ :

$$-5x+1 \geq 0 \Leftrightarrow -5x+1-1 \geq -1$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{1}{5}$$

$$6+7x \geq 0 \Leftrightarrow 7x+6-6 \geq -6$$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{6}{7}$$

Tableau de signes :

| $x$              | $-\infty$ | $-\frac{6}{7}$ | $\frac{1}{5}$ | $+\infty$ |   |   |
|------------------|-----------|----------------|---------------|-----------|---|---|
| signe de $-5x+1$ | +         |                | +             | 0         | - |   |
| signe de $6+7x$  | -         |                | 0             | +         | + |   |
| signe de $g(x)$  | -         |                |               | +         | 0 | - |

Donc:

$$g(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in ]-\frac{6}{7}; \frac{1}{5}]$$

$$g(x) < 0 \Leftrightarrow x \in ]-\infty; -\frac{6}{7}] \cup ]\frac{1}{5}; +\infty[$$