

Seconde	<u>Corrigé du devoir de mathématiques :</u>	Fait le
G	Développements/Factorisations/Identités remarquables/Equations	Vendredi
	prod=0/Milieux/Distances/Parallélogrammes particuliers/Triangles/Projeté orthogonal	08/01/2021

Exercice 1 :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (3x + 2)^2 + 5(-x - 4)$$

$$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 + 5x(-x) + 5 \times (-4)$$

$$= 9x^2 + 12x + 4 - 5x - 20$$

$$= \underline{9x^2 + 7x - 16}$$

$$B = (7 - 6x)^2 - (x + 1)(5 - 2x)$$

$$= 7^2 - 2 \times 7 \times 6x + (6x)^2 - (x \times 5 + x \times (-2x) + 1 \times 5 + 1 \times (-2x))$$

$$= 49 - 84x + 36x^2 - (5x - 2x^2 + 5 - 2x)$$

$$= 36x^2 - 84x + 49 + 2x^2 - 5x - 5 + 2x$$

$$= \underline{38x^2 - 87x + 44}$$

Exercice 2 :

Factoriser les expressions suivantes :

$$C = \underline{(2x + 5)}(4x - 11) + \underline{(2x + 5)}$$

$$= (2x + 5) [4x - 11 + 1]$$

$$= \underline{(2x + 5)(4x - 10)}$$

$$D = (6x - 7)^2 - (9x + 1)^2$$

$$= [(6x - 7) + (9x + 1)][(6x - 7) - (9x + 1)]$$

$$= (6x + 9x - 7 + 1)(6x - 7 - 9x - 1)$$

$$= \underline{(15x - 6)(-3x - 8)}$$

Exercice 3 :

1) Résoudre l'équation suivante : $(3x + 2)(-6x - 7) = 0$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul

$$3x + 2 = 0 \quad \text{ou} \quad -6x - 7 = 0$$

$$3x + \cancel{2} - \cancel{2} = 0 - 2 \quad \text{ou} \quad -6x - \cancel{7} + \cancel{7} = 0 + 7$$

$$\frac{3x}{3} = -\frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad \frac{-6x}{-6} = \frac{7}{-6}$$

$$x = -\frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{7}{6}$$

$$\text{Donc: } S = \left\{ -\frac{2}{3}; -\frac{7}{6} \right\}$$

2) a) Factoriser l'expression $A = (2x + 5)^2 - 49$

$$A = (2x + 5)^2 - 7^2$$

$$= (2x + 5 + 7)(2x + 5 - 7)$$

$$= \underline{(2x + 12)(2x - 2)}$$

b) En déduire la résolution de l'équation $A = 0$

$$(2x + 12)(2x - 2) = 0$$

Un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul

$$2x + 12 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 2 = 0$$

$$2x + \cancel{12} - \cancel{12} = 0 - 12 \quad \text{ou} \quad 2x - \cancel{2} + \cancel{2} = 0 + 2$$

$$\frac{2x}{2} = -\frac{12}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$$

$$x = -6 \quad \text{ou} \quad x = 1$$

$$\text{Donc: } S = \underline{\{-6; 1\}}$$

Exercice 4 :

On considère dans un repère orthonormé du plan les points :

$A(-3; 1)$, $B(5; -2)$ et $C(4; 3)$

1) Calculer les coordonnées du point M, milieu de [AB]

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + (-2)}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Donc: M a pour coordonnées $\underline{\underline{(1; -\frac{1}{2})}}$

2) Calculer les coordonnées du point D, tel que le point C soit le milieu de [AD]

Soient $(x_D; y_D)$ les coordonnées du point D.

Le point C est le milieu de [AD].

$$\begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{-3 + x_D}{2} = 4 \\ y_C = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{1 + y_D}{2} = 3 \end{cases}$$

On utilise des produits en croix:

$$-3 + x_D = 4 \times 2$$

$$x_D = 8 + 3 = 11$$

$$\text{et } 1 + y_D = 2 \times 3$$

$$1 + y_D = 6$$

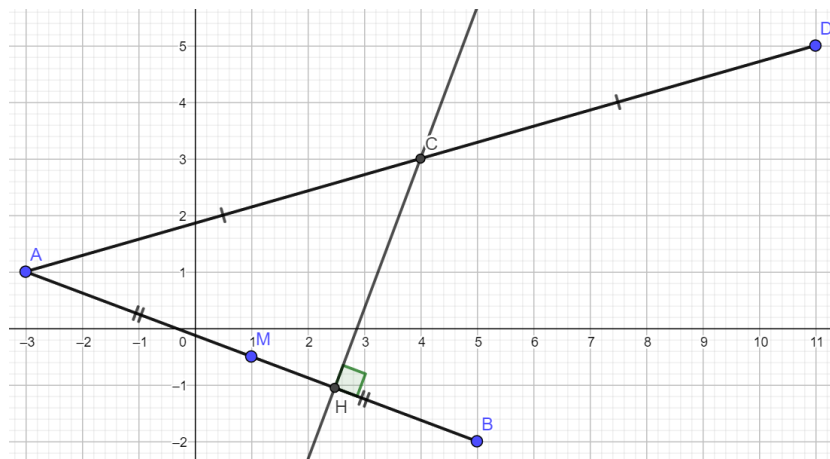
$$y_D = 6 - 1 = 5$$

Donc: D a pour coordonnées (11; 5)

3) Calculer AB en valeur exacte.

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(5 - (-3))^2 + (-2 - 1)^2} \\ &= \sqrt{8^2 + (-3)^2} = \sqrt{64 + 9} = \sqrt{73} \end{aligned}$$

4) a) et b) Faire une figure



Exercice 5 :

Soient les points E(-7 ; -2), F(-3 ; 2) et G(5 ; -6) dans un repère orthonormé du plan.

Montrer que EFG est un triangle rectangle en F.

$$\left. \begin{aligned} EF^2 &= (x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2 \\ &= (-3 + 7)^2 + (2 + 2)^2 \\ &= 16 + 16 = 32 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} EG^2 &= (x_G - x_E)^2 + (y_G - y_E)^2 \\ &= (5 + 7)^2 + (-6 + 2)^2 \\ &= 144 + 16 \\ &= 160 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} FG^2 &= (x_G - x_F)^2 + (y_G - y_F)^2 \\ &= (5 + 3)^2 + (-6 - 2)^2 \\ &= 64 + 64 \\ &= 128 \end{aligned} \right\}$$

on a: $EG^2 = 160$ et $EF^2 + FG^2 = 32 + 128 = 160$

D'où: $EG^2 = EF^2 + FG^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F

Exercice 6 :

On considère les quatre points dans un repère orthonormé du plan :

$K(-5;1)$, $L(-3;3)$, $M(-1;1)$ et $N(-3;-1)$

1) a) Calculer les coordonnées du point S , milieu de $[KM]$

$$x_S = \frac{x_K + x_M}{2} = \frac{-5 + (-1)}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$y_S = \frac{y_K + y_M}{2} = \frac{1 + 1}{2} = 1$$

, donc $S(-3;1)$

b) Calculer les coordonnées du point T , milieu de $[LN]$

$$x_T = \frac{x_L + x_N}{2} = \frac{-3 + (-3)}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$y_T = \frac{y_L + y_N}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

, donc $T(-3;1)$

c) Démontrer que $KLMN$ est un parallélogramme

D'après a) et b), $S = T$

Autrement dit: Les diagonales du quadrilatère $KLMN$ se coupent en leur milieu
or, un quadrilatère ayant ses diagonales qui se coupent en leur milieu est un
parallélogramme.

Donc: $KLMN$ est un parallélogramme

2) a) Calculer KM et LN

$$KM = \sqrt{(x_M - x_K)^2 + (y_M - y_K)^2}$$

$$= \sqrt{(-1 + 5)^2 + (1 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{16}$$

$$= \underline{4}$$

$$LN = \sqrt{(x_N - x_L)^2 + (y_N - y_L)^2}$$

$$= \sqrt{(-3 + 3)^2 + (-1 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{16}$$

$$= \underline{4}$$

donc $KM = LN$

b) Calculer KL et LM

$$KL = \sqrt{(x_L - x_K)^2 + (y_L - y_K)^2}$$

$$= \sqrt{(-3 + 5)^2 + (3 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = \underline{2\sqrt{2}}$$

$$LM = \sqrt{(x_M - x_L)^2 + (y_M - y_L)^2}$$

$$= \sqrt{(-1 + 3)^2 + (1 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = \underline{2\sqrt{2}}$$

c) Que peut-on en déduire concernant la nature précise du parallélogramme KLMN ? Justifier.

Nous avons démontré que KLMN est un parallélogramme (1c))

De plus, $KM = LN$ (= les diagonales sont de même longueur) (2a))

Donc: KLMN est un rectangle

Autre part: $KL = LM$ (= 2 côtés consécutifs sont égaux)

Par conséquent:

KLMN est un carré