

Seconde G	Corrigé du devoir de mathématiques : Fractions/Puissances/ Racines carrées (avec les identités remarquables)/ Equations du premier degré/Produits nuls	Fait le vendredi 16 octobre 2020
-----------	--	--

Exercice 1 :

1) Donner les trois formules des identités remarquables :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

2) Calculer et donner le résultat sous la forme la plus simple possible :

$$A = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$$

$$A = (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$$

$$= 2 + 2\sqrt{6} + 3$$

$$= \underline{\underline{5 + 2\sqrt{6}}}$$

$$B = (3\sqrt{5} - 2\sqrt{2})^2$$

$$B = (3\sqrt{5})^2 - 2 \times 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2$$

$$= 9 \times 5 - 2 \times 3 \times 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} + 4 \times 2$$

$$= 45 - 12\sqrt{10} + 8$$

$$= \underline{\underline{53 - 12\sqrt{10}}}$$

$$C = (7\sqrt{3} - 1)(7\sqrt{3} + 1)$$

$$C = (7\sqrt{3})^2 - 1^2$$

$$= 49 \times 3 - 1$$

$$= 147 - 1$$

$$= \underline{\underline{146}}$$

Exercice 2 :

1) Ecrire sous la forme $a\sqrt{2}$, où a est un entier.

$$A = \sqrt{32} - \sqrt{2}$$

$$A = \sqrt{16 \times 2} - \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{16} \times \sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}(4 - 1)$$

$$= \underline{\underline{3\sqrt{2}}}$$

2) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où b est un entier naturel le plus petit possible et a est un entier.

$$B = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{27} + 5\sqrt{12}$$

$$B = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3 \times 9} + 5\sqrt{4 \times 3}$$

$$= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \times \sqrt{9} + 5\sqrt{4} \times \sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3} - 2 \times 3\sqrt{3} + 5 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}(4 - 6 + 10) = \underline{\underline{8\sqrt{3}}}$$

3) Calculer et simplifier au maximum :

$$C = (4\sqrt{3} + \sqrt{2})(3\sqrt{2} - 5\sqrt{3})$$

$$\begin{aligned} C &= 4\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} + \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} - \sqrt{2} \times 5\sqrt{3} \\ &= 12\sqrt{6} - 20 \times 3 + 3 \times 2 - 5\sqrt{6} \\ &= (12 - 5)\sqrt{6} - 60 + 6 \\ &= 7\sqrt{6} - 54 \end{aligned}$$

Exercice 3 :

Calculer et écrire le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{7}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{6}{21}$$

$$B = \frac{5 - \frac{1}{2} + \frac{5}{8}}{5 + \frac{1}{2} - \frac{5}{8}}$$

$$C = \frac{33 \times 28}{-12 \times 35 \times 11}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{7}{3} - \frac{\cancel{7}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{6} \times 2}{\cancel{3} \times \cancel{7}} \\ &= \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\frac{5 \times 8}{1 \times 8} - \frac{4}{8} + \frac{5}{8}}{\frac{5 \times 8}{1 \times 8} + \frac{4}{8} - \frac{5}{8}} \\ &= \frac{\frac{40 - 4 + 5}{8}}{\frac{40 + 4 - 5}{8}} \\ &= \frac{\frac{41}{8}}{\frac{39}{8}} = \frac{41}{8} \times \frac{8}{39} \\ &= \frac{41}{39} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{\cancel{33} \times \cancel{11} \times \cancel{4} \times \cancel{7}}{-\cancel{12} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times \cancel{11}} \\ &= -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

Exercice 4 :

1) Calculer et écrire sous la forme d'une seule puissance :

$$C = 3^4 \times \frac{(3^2)^3}{3^{-2}}$$

$$\begin{aligned} C &= 3^4 \times \frac{3^{2 \times 3}}{3^{-2}} \\ &= \frac{3^4 \times 3^6}{3^{-2}} \\ &= \frac{3^{4+6}}{3^{-2}} \\ &= \frac{3^{10}}{3^{-2}} \\ &= 3^{10 - (-2)} = 3^{12} \end{aligned}$$

2) Déterminer l'écriture scientifique des nombres suivants en détaillant :

A = 458,2	B = 0,0023	C = $57,08 \times 10^{-3}$
-----------	------------	----------------------------

$$A = \underline{4,582 \times 10^2}$$

$$B = \underline{2,3 \times 10^{-3}}$$

$$\begin{aligned} C &= \underline{5,708 \times 10^1} \times 10^{-3} \\ &= 5,708 \times 10^{1+(-3)} \\ &= \underline{5,708 \times 10^{-2}} \end{aligned}$$

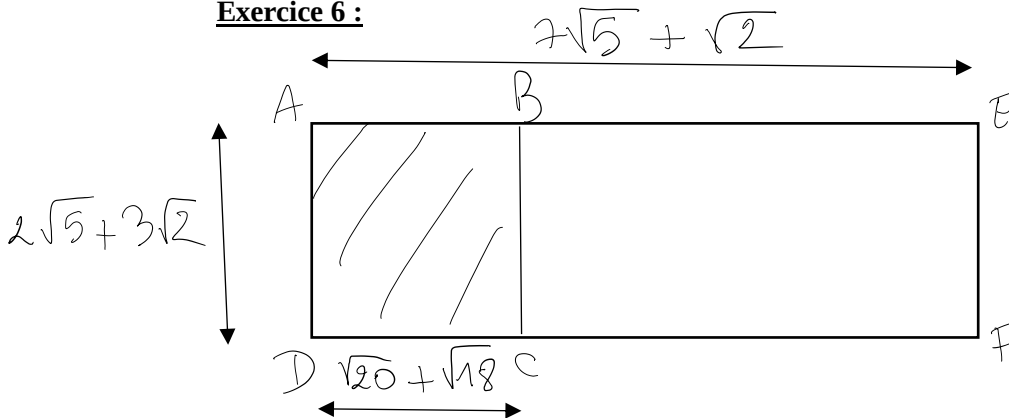
Exercice 5 :

Calculer et simplifier. Le résultat sera donné en écriture scientifique.

$$E = \frac{75 \times 10^2 \times 12}{(10^3)^5 \times 50 \times 9}$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{\cancel{3} \times \cancel{5}^4 \times \cancel{2}^2 \times 2^2}{\cancel{2} \times \cancel{5}^4 \times \cancel{3}^2} \times \frac{10^2}{10^{3 \times 5}} \\ &= 2 \times \frac{10^2}{10^{15}} \\ &= 2 \times 10^{2-15} \\ &= \underline{2 \times 10^{-13}} \end{aligned}$$

Exercice 6 :



On admet que le quadrilatère AEFD est un rectangle

1) Quelle est la nature précise du quadrilatère ABCD ? Justifier.

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{20} + \sqrt{18} \\ &= \sqrt{4 \times 5} + \sqrt{9 \times 2} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{9} \times \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2} = AD \end{aligned}$$

ABCD est un rectangle avec deux côtés consécutifs égaux

Donc: ABCD est un carré

2) Calculer l'aire du quadrilatère ABCD en valeur exacte

$$\begin{aligned}\text{Aire}(ABCD) &= (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})^2 \\ &= (2\sqrt{5})^2 + 2 \times 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 \\ &= 4 \times 5 + 2 \times 2 \times 3\sqrt{10} + 9 \times 2 \\ &= 20 + 12\sqrt{10} + 18 \\ &= \underline{38 + 12\sqrt{10}}\end{aligned}$$

3) Calculer le périmètre du rectangle AEFD en valeur exacte et le simplifier.

$$\begin{aligned}\text{Périmètre}(AEFD) &= 2 \times (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}) + 2 \times (7\sqrt{5} + \sqrt{2}) \\ &= 4\sqrt{5} + 2 \times 3\sqrt{2} + 2 \times 7\sqrt{5} + 2\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{5} + 6\sqrt{2} + 14\sqrt{5} + 2\sqrt{2} \\ &= \underline{18\sqrt{5} + 8\sqrt{2}}\end{aligned}$$

Exercice 7 :

Résoudre les équations suivantes :

1) $5x + 2 = -3x - 6$

$$5x + 2 + 3x = -3x + 3x - 6$$

$$8x + 2 = -6$$

$$8x + 2 - 2 = -6 - 2$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{-8}{8}$$

$$x = -1$$

Donc: $S = \underline{\underline{\{-1\}}}$

2) $(3x - 1)(4x + 7) = 0$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul.

$$3x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 4x + 7 = 0$$

$$3x - 1 + 1 = 0 + 1 \quad \text{ou} \quad 4x + 7 - 7 = 0 - 7$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad \frac{4x}{4} = \frac{-7}{4}$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{7}{4}$$

Donc: $S = \underline{\underline{\left\{ \frac{1}{3}; -\frac{7}{4} \right\}}}$