

Seconde G	Correction du devoir de mathématiques : <i>Fonctions : Lectures graphiques-Variations-Extrema-Calculatrice/</i> <i>Algorithmes/Programmes : Affectation-Si-Pour</i>	Fait le vendredi 19 mars 2021
-----------	--	--

Exercice 1 : (6 pts)

Voici le tableau de variations d'une fonction f sur l'intervalle $[-3; 5]$:

x	-3	-2	0	2	5
Variations de f	-2		-1		6
		↘	↗	↘	↗
		-3		-2	

1) Décrire les variations de f à l'aide de phrases

f est croissante sur $[-2; 0] \cup [2; 5]$
 f est décroissante sur $[-3; -2] \cup [0; 2]$

2) Déterminer les extrema de f sur $[-3; 5]$ en justifiant et les valeurs où ils sont atteints

* 6 est le maximum de f sur $[-3; 5]$ et il est atteint en $x = 5$
 * -3 est le minimum de f sur $[-3; 5]$ et il est atteint en $x = -2$

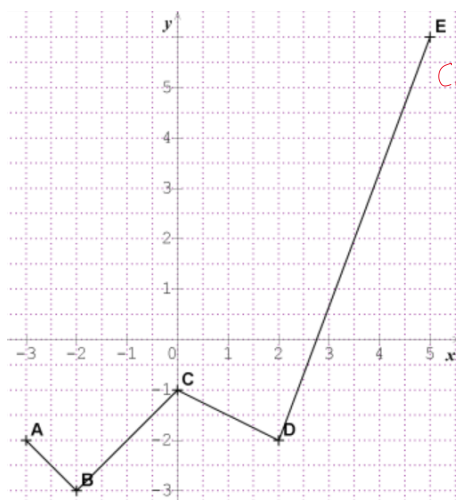
3) Que peut-on dire du signe de $f(x)$ si $x \in [-3; 2]$? Justifier

D'après le tableau de variations, $f(x) \leq 0$, pour $x \in [-3; 2]$

4) Pour tout $x \in]0; 2]$, $f(x) < -1$. Justifier cette affirmation.

Sur $]0; 2]$, f est décroissante et $f(0) = -1$, d'où $f(x) < -1$, pour tout $x \in]0; 2]$

5) Tracer une courbe possible pour f dans un repère (sur votre copie)



Courbe possible

Exercice 2 : Calculatrice (5 pts)

Soit $f(x) = -2x^2 - x + 3$

- 1) Représenter f sur l'écran de votre calculatrice avec :

Xmin = -5	Xmax = 5	Ymin = -10	Ymax = 10
------------------	-----------------	-------------------	------------------

Déterminer les éventuels antécédents de 0 par f à l'aide de la calculatrice

A l'aide de la calculatrice, on trouve deux antécédents:
 $\{-1,5; 1\}$

- 2) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-5	-4	-3	-2	-1,5	-1	0	1	1,5	2
f(x)	-42	-25	-12	-3	0	2	3	0	-3	-7

- 3) a) Montrer que $f(x) = (-x + 1)(2x + 3)$

$$\begin{aligned}(-x+1)(2x+3) &= -2x^2 - 3x + 2x + 3 \\ &= -2x^2 - x + 3 = f(x)\end{aligned}$$

Donc: $f(x) = (-x+1)(2x+3)$

- b) En déduire le calcul des éventuels antécédents de 0 par f

$f(x) = 0$ c'est-à-dire : $(-x+1)(2x+3) = 0$
Un produit est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul

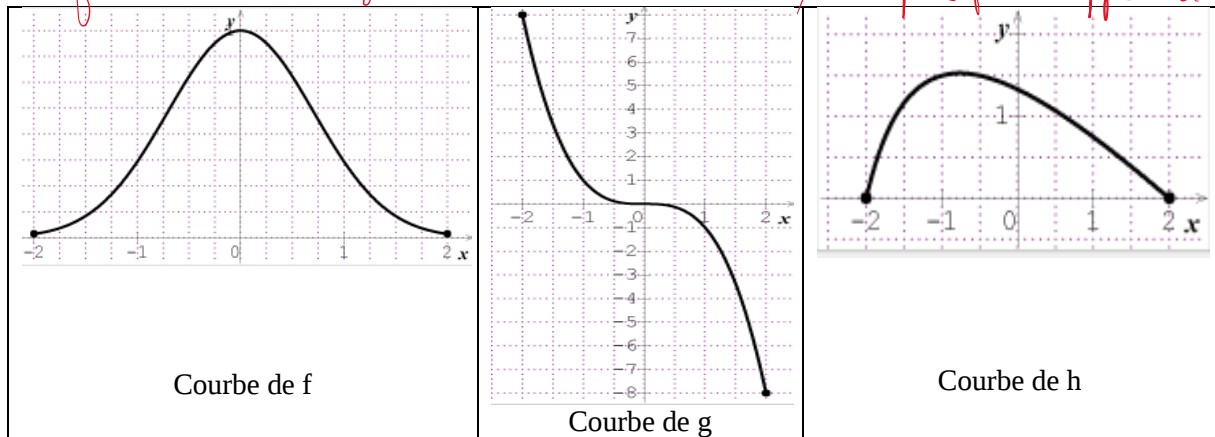
$$\begin{aligned}-x+1 &= 0 & \text{ou} & & 2x+3 &= 0 \\ -x+1-1 &= 0-1 & \text{ou} & & 2x+3-3 &= 0-3 \\ -x &= -1 & & & 2x &= -3 \\ x &= 1 & & & x &= -\frac{3}{2}\end{aligned}$$

Donc: 0 a deux antécédents par f : 1 et $-\frac{3}{2}$

Exercice 3 : (5 pts)

- 1) On a représenté les courbes représentatives de trois fonctions sur $[-2; 2]$:

Les trois fonctions sont définies sur un domaine symétrique par rapport à l'origine :



Etudier la parité des trois fonctions en justifiant.

- * La courbe de f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées
donc f est une fonction paire
- * La courbe de g est symétrique par rapport à l'origine, donc g est
une fonction impaire
- * La courbe de h ne présente aucune symétrie particulière.
 h n'est ni paire, ni impaire

2) Etudier la parité des fonctions suivantes algébriquement :

$$f(x) = 3x^2 + 1$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

- * f est définie sur $\mathbb{R}$, domaine symétrique par rapport à l'origine
et $f(-x) = 3(-x)^2 + 1 = 3x^2 + 1 = f(x)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$
Donc : f est une fonction paire
- * g est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, domaine symétrique par rapport à l'origine
et $g(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -g(x)$, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$
Donc : g est une fonction impaire

Exercice 4 : (5 pts)

On considère le programme suivant :

```
for i in range(1,7):
    print(i**3)
```

- 1) On donne quatre algorithmes ci-dessous. Un seul correspond au programme précédent.
Déterminer cet algorithme en justifiant.

<u>Algorithme 1 :</u>	<u>Algorithme 2 :</u>	<u>Algorithme 3 :</u>	<u>Algorithme 4 :</u>
Pour i allant de 1 à 7 Afficher(« i ³ ») FinPour	Pour i allant de 1 à 6 Afficher(« i ³ ») FinPour	Pour i allant de 1 à 6 Afficher(i ³) FinPour	Pour i allant de 1 à 7 Afficher(i ³) FinPour

L'algorithme qui correspond au programme donné est le ③

(En Python : for i in range(1,7):

La boucle POUR va en fait de 1 à 6

Il faut afficher le cube de i à chaque passage de boucle : i³)
Avec les guillemets, le texte affiché serait i³ à chaque fois

- 2) On modifie le programme précédent de la manière suivante :

```
S=0
for i in range(1,7):
    S=S+i**3
print(S)
```

- a) Compléter le tableau suivant à l'aide de la calculatrice :

Valeur de i	1	2	3	4	5	6	7
Valeur de S	$0+1^3=1$	$1+2^3=9$	$9+3^3=36$	$36+4^3=100$	$100+5^3=225$	$225+6^3=441$	$441+7^3=784$

- b) Finalement, qu'affiche ce programme ?

Il affiche 784 car les boucles s'arrêtent après i=6.

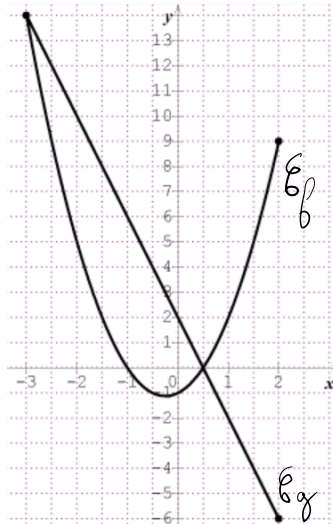
- c) Comment le modifier pour qu'il affiche toutes les valeurs de S intermédiaires ? Justifier.

Il suffit que l'instruction d'affichage soit située dans la boucle

```
for i in range(1,7):
    S=S+i**3
    print(S)
```

Exercice 5 : (6 pts)

On a représenté les courbes de deux fonctions f et g définies sur [-3 ; 2] dans le même repère du plan :



Par lecture graphique, résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ **en justifiant soigneusement**

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points d'intersection des deux courbes.
Il y a deux solutions: $S = \{-3; \frac{1}{2}\}$

2) Par lecture graphique, résoudre l'équation $f(x) < 0$ **en justifiant soigneusement**

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points de $(\mathcal{C}_f)$ situés strictement en-dessous de l'axe des abscisses.

$$S =]-1; \frac{1}{2}[$$

3) Par lecture graphique, résoudre l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ **en justifiant soigneusement**

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points de $(\mathcal{C}_f)$ situés sur ou au-dessus de $(\mathcal{C}_g)$.

$$\text{D'où: } S = [\frac{1}{2}; 2] \cup \{-3\}$$

Exercice 6 : (3 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -5x^2$

On souhaite écrire un programme qui teste si un point dont les coordonnées sont données appartient à la courbe de f ou pas. Compléter le programme ci-dessous pour qu'il réponde au problème posé :

```
X=float(input("Donner l'abscisse du point M:"))
Y=float(input("Donner l'ordonnée du point M:"))
if Y == -5 * X ** 2:
    print("Le point M est sur la courbe")
else:
    print("Le point M n'est pas situé sur la courbe")
```