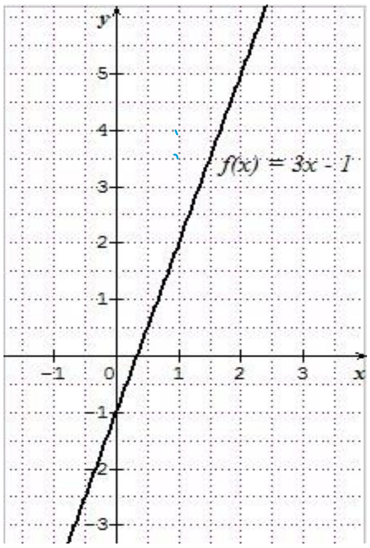
Seconde	**Droites du plan**	Année scolaire 2019/2020

I) Rappel : fonction affine

Soient m et p deux nombres réels, on définit la fonction f , par : $f(x) = mx + p$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
On sait que f est une fonction affine dont la représentation graphique est une droite dans un repère orthogonal du plan.

- m est le …..................................
- p est …......................................

Exemple :
Si $f(x) = 3x - 1$:
Ici, …................................ 3 et son …..est – 1



II) Equation réduite d'une droite :

On considère une droite (d) et M(x;y), un point, tel que $M \in (d)$.
Pour cette droite (d) donnée, il existe une relation entre x et y valable pour ***tous*** *les points situés dessus.*
Cette relation est appelée une **..**

Remarque très importante :

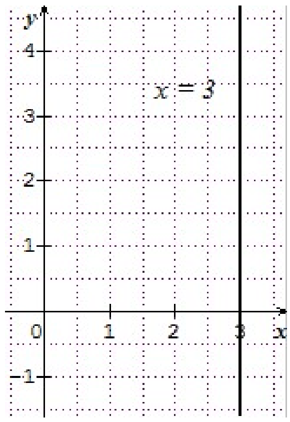
Une droite donnée n'admet qu'une seule équation réduite.

Il y a trois cas à connaître : droite horizontale, droite verticale et droite oblique.

1) Droite verticale :

Toute droite verticale admet une équation réduite du type ....

Tous les points de cette droite auront la même abscisse.
Exemple : soit (d) d'équation …................. (*Notation :* (d) : …................)

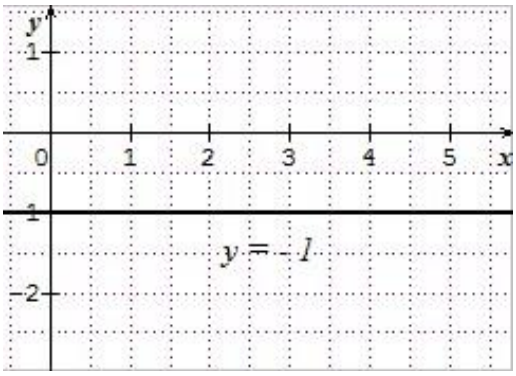


2) Droite horizontale :

Toute droite horizontale admet pour équation réduite ....

Tous les points de cette droite auront la même ordonnée.

Exemple : Soit (D) d'équation réduite ….........................



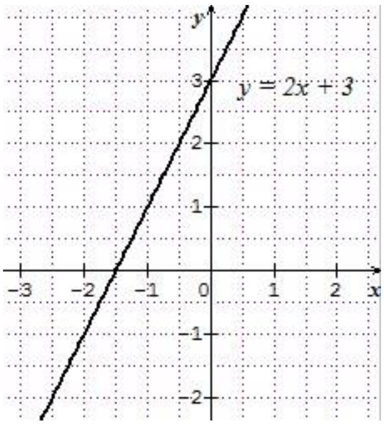
3) Droite oblique :

Toute droite oblique admet pour équation réduite...................où m et p sont des réels avec m ≠ 0.

Remarque : si m = 0, alors on est dans le cas 2) Droite horizontale

Exemple :

Soit (d) : y = 2x + 3



Exercice d'application :

Soient A(-2;3) , B(4;3) , C(-2;5) et D(1;2) dans un repère orthogonal du plan.
Déterminer l'équation réduite de (AB), puis de (AC) et enfin de (CD).

Solution :

a) Equation réduite de (AB) :

b) Equation réduite de (AC) :

c) Equation réduite de (CD) :

III) Droites parallèles :

Soient m, m', p ,p' quatre réels tels que m et m' sont non-nuls. Soient (d) d'équation réduite $y = mx + p$ et (d') d'équation réduite $y = m'x + p'$, alors :

(d) // (d') $\Leftrightarrow$ …............

Remarques :

- Les droites verticales sont toutes parallèles entre elles
- Les droites horizontales sont toutes parallèles entre elles (dans ce cas, leurs coefficients directeurs sont tous égaux à 0)

Exercice d'application :

Soit (d) : $y = 5x + 2$

Déterminer l'équation réduite de la droite (d') telle que (d') // (d) et $A(2;-1) \in$ (d').

Solution :

IV) Droites sécantes :

1) Définition :

Deux droites non confondues qui ne sont pas parallèles sont dites …........................

Elles possèdent un point d'intersection.

Pour calculer les coordonnées de ce point d'intersection, on va être amené à résoudre un système de deux équations à deux inconnues.

2) Résolution de systèmes de deux équations à deux inconnues

Pour les deux techniques de résolution (par substitution et par additions) : voir la vidéo sur le sujet

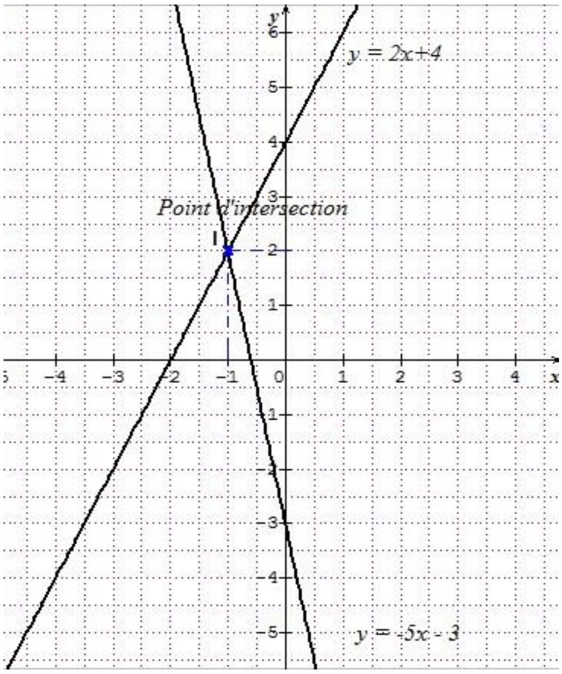
https://www.youtube.com/watch?v=xBxNiV6GazM&feature=youtu.be

Exemple :

On considère deux droites $(d_1) : y = 2x + 4$ et $(d_2) : y = -5x - 3$

Tout d'abord, les coefficients directeurs sont distincts, donc les droites ne sont ni confondues, ni parallèles.

Elles ont donc un point d'intersection.



Calcul des coordonnées de ce point :

IV) Equations cartésiennes de droites. Vecteurs directeurs d'une droite :

1) Vecteur directeur :

On considère une droite (d).
Soient A et B, deux points distincts de la droite (d) .

Tout vecteur colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}$ est appelé **un vecteur directeur de la droite (d)**

Autrement dit : Toute droite admet une infinité de vecteurs directeurs

Exemple :
On considère les points E(-5 ;2) et F(4 ;-1) dans un repère du plan. Donner trois vecteurs directeurs différents de la droite (EF).

2) Equation cartésienne d'une droite :

Soit (d) une droite du plan.

Soit M(x ;y) , un point de (d).

Alors : il existe trois nombres réels a,b et c tels que : $ax + by + c = 0$

Cette relation est appelée **une équation cartésienne de la droite (d)**

ATTENTION : Si on multiplie le membre de gauche par un réel k, l'égalité est encore vraie.

Donc : ***une droite donnée admet une infinité d'équations cartésiennes***.

Exemple : $3x – 2y + 5 = 0$ est une équation cartésienne d'une droite (d)

Remarque : On peut retrouver l'équation réduite de la droite (d) en exprimant y en fonction de x :

$-2y = -3x – 5$

D'où : $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$: Equation réduite de la droite (d)

3) Lien avec un vecteur directeur :

Soit $ax + by + c = 0$, une équation cartésienne d'une droite (d),
alors le vecteur $\vec{u}$ **de coordonnées (-b ;a)** est un vecteur directeur de la droite (d)

Exemple :
Soit E(-3 ;4) et F(5 ;-1).
$\overrightarrow{EF}$ est un vecteur directeur de la droite (EF)

Avec : $\overrightarrow{EF}(5-(-3) ; -1-4)$ d'où $\overrightarrow{EF}$ (8 ; -5)
On pose $-b = 8$ et $a = -5$

D'où une équation cartésienne de la droite (EF) est donnée par : $-5x -8y + c =0$

Or, E(-3 ;4) $\in$(EF), d'où : $-5\times x_E – 8\times y_E + c = 0$
D'où : $15 -32 + c = 0$ c'est-à-dire : $c = 17$
Donc une équation cartésienne de la droite (EF) est :

$-5x – 8y + 17 = 0$

Autre méthode :

Soit M(x ;y) $\in$ (EF) :

$\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont colinéaires
Or, $\overrightarrow{EM}(x + 3 ; y – 4)$ et $\overrightarrow{EF}(8 ;-5)$
$Det(\overrightarrow{EM} ;\overrightarrow{EF}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+3 & 8 \\ y-4 & -5 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -5(x+3) - 8(y-4) = 0$

$\Leftrightarrow -5x - 8y - 15 + 32 = 0$

$\Leftrightarrow -5x - 8y + 17 = 0$ Equation cartésienne de (EF)