

Seconde G (M Mangeard)	<u>Corrigé du devoir n°5 de</u> <u>mathématiques :</u> <i>Algorithmique/Programmation/Calcul littéral</i>	Fait le Mardi 14/01/2020
---------------------------	---	-----------------------------

Exercice 1 : (A faire sur la copie) (3 pts)

Calculer et simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 A &= (3 + \sqrt{5})^2 \\
 &= 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 \\
 &= 9 + 6\sqrt{5} + 5 \\
 &= \underline{\underline{14 + 6\sqrt{5}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= (4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3}) \\
 &= 4^2 - (2\sqrt{3})^2 \\
 &= 16 - 4 \times 3 \\
 &= 16 - 12 \\
 &= \underline{\underline{4}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= (5\sqrt{7} - 6\sqrt{2})^2 \\
 &= (5\sqrt{7})^2 - 2 \times 5\sqrt{7} \times 6\sqrt{2} + (6\sqrt{2})^2 \\
 &= 25 \times 7 - 60\sqrt{14} + 36 \times 2 \\
 &= 175 + 72 - 60\sqrt{14} \\
 &= \underline{\underline{247 - 60\sqrt{14}}}
 \end{aligned}$$

Exercice 2 : (A faire directement sur le sujet) (2 pts)

Développer et réduire les expressions A et B ci-dessous :

$A = (3x + 1)^2 - 5$	$B = 2(x - 3)(x + 1) - (5x - 7)^2$
$ \begin{aligned} A &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2 - 5 \\ &= 9x^2 + 6x + 1 - 5 \\ &= \underline{\underline{9x^2 + 6x - 4}} \end{aligned} $	$ \begin{aligned} B &= (2x - 6)(x + 1) - (5x - 7)^2 \\ &= 2x \times x + 2x \times 1 - 6x - 6 \times 1 - ((5x)^2 - 2 \times 5x \times 7 + 7^2) \\ &= 2x^2 + 2x - 6x - 6 - (25x^2 - 70x + 49) \\ &= 2x^2 - 4x - 6 - 25x^2 + 70x - 49 \\ &= \underline{\underline{-23x^2 + 66x - 55}} \end{aligned} $

Exercice 3 : (A faire directement sur le sujet) (2,5 pts)

Factoriser les expressions C et D ci-dessous :

$C = (5x + 2)(x - 4) - (5x + 2)(7 - x)$	$D = 36x^2 - 81$
$ \begin{aligned} C &= (5x + 2)(x - 4 - (7 - x)) \\ &= (5x + 2)(x - 4 - 7 + x) \\ &= \underline{\underline{(5x + 2)(2x - 11)}} \end{aligned} $	$ \begin{aligned} D &= (6x)^2 - 9^2 \\ &= \underline{\underline{(6x + 9)(6x - 9)}} \end{aligned} $

Exercice 4 : (A faire directement sur le sujet) (2,5 pts)

Résoudre les équations suivantes après factorisation éventuelle :

1) $(7x+11)(3-4x)=0$	2) $(9x+2)(x+6)-(2x-1)(x+6)=0$
$\Leftrightarrow 7x+11=0 \text{ ou } 3-4x=0$ $\Leftrightarrow 7x=-11 \text{ ou } -4x=-3$ $\Leftrightarrow x=-\frac{11}{7} \text{ ou } x=-\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ <p>Donc :</p> $S = \left\{ -\frac{11}{7}; \frac{3}{4} \right\}$	$\Leftrightarrow (x+6)(9x+2-(2x-1))=0$ $\Leftrightarrow (x+6)(9x+2-2x+1)=0$ $\Leftrightarrow (x+6)(7x+3)=0$ $\Leftrightarrow x+6=0 \text{ ou } 7x+3=0$ $\Leftrightarrow x=-6 \text{ ou } 7x=-3$ $\Leftrightarrow x=-6 \text{ ou } x=-\frac{3}{7}$ <p>Donc :</p> $S = \left\{ -6; -\frac{3}{7} \right\}$

Exercice 5 : (A faire sur la copie) (2 pts)Résoudre l'équation suivante : $\frac{3}{x+1} + \frac{2}{x-1} = 0$ Valeurs interdites :

$$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1 \quad \text{et} \quad x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$

on va donc résoudre l'équation sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$:

$$\frac{3(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(x-1)+2(x+1)}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-3+2x+2}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x-1}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x-1=0 \quad (\text{car si } B \neq 0, \frac{A}{B}=0 \Leftrightarrow A=0)$$

$$\Leftrightarrow 5x=1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \neq 1$$

$$\neq -1$$

Donc :

$$S = \left\{ \frac{1}{5} \right\}$$

Exercice 6 : (A faire directement sur le sujet) (3 pts)

On souhaite résoudre l'équation (E) suivante : $(10x + 7)(5x - 8) - 25x^2 + 64 = 0$

1) Factoriser l'expression $25x^2 - 64$

$$\begin{aligned} 25x^2 - 64 &= (5x)^2 - 8^2 \\ &= \underline{(5x+8)(5x-8)} \end{aligned}$$

2) En remarquant que $-25x^2 + 64 = -(25x^2 - 64)$, factoriser le membre de gauche de l'équation (E) et montrer que (E) est équivalente à : $(5x - 8)(5x - 1) = 0$

$$\begin{aligned} (10x+7)(5x-8) - 25x^2 + 64 &= (10x+7)(5x-8) - (25x^2 - 64) \\ &= (10x+7)(5x-8) - (5x+8)(5x-8) \text{ (d'après 1)} \\ &= (5x-8)(10x+7 - (5x+8)) \\ &= (5x-8)(10x+7 - 5x - 8) \\ &= \underline{(5x-8)(5x-1)} \end{aligned}$$

D'où $(E) \Leftrightarrow (5x-8)(5x-1) = 0$

3) Conclure

$$(5x-8)(5x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x-8 = 0 \text{ ou } 5x-1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x = 8 \text{ ou } 5x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8}{5} \text{ ou } x = \frac{1}{5}$$

Donc les solutions de (E) sont : $S = \left\{ \frac{8}{5} ; \frac{1}{5} \right\}$

Exercice 6 : Algorithmique et programmation en PYTHON (5 pts)

Les deux parties sont indépendantes :

Partie A

On considère l'algorithme suivant :

```
X ← 1
Y ← -2
Pour I allant de 1 à 4 Faire
  Z ← X+Y
  X ← X+1
  Y ← Y+2
FinPour
Afficher Z
```

a) Remplir le tableau suivant :

I	1	2	3	4
Z	-1	2+0 = 2	3+2 = 5	4+4 = 8

- b) Qu'affiche cet algorithme ? 8
- c) Traduire cet algorithme en PYTHON :

```

X=1
Y=-2
for i in range(1,5):
    Z=X+Y
    X=X+1
    Y=Y+2
print(Z)

```

Partie B :

On donne le programme Python suivant :

```

X=float(input("Donner X :"))
if X < -5 :
    print(3*X+1)
elif X >= -5 and X < 3:
    print(-4*X+2)
else:
    print(5*X-1)

```

- 1) Si on donne à X la valeur 12, qu'affiche ce programme ? Comme 12 > 3, il affiche 5x12-1 = 59
- 2) Si on donne à X la valeur 1, qu'affiche ce programme ? 1 ∈ [-5; 3], il affiche -4x1+2 = -2
- 3) On définit en fait une fonction. Compléter la définition de la fonction f :

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{si } x < -5 \\ -4x+2 & \text{si } -5 \leq x < 3 \\ 5x-1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$