

Seconde F	<b>Devoir de mathématiques n°4 :</b> <i>Calcul littéral / Algorithmes</i>	Lundi 6 janvier 2020
-----------	--	----------------------

- Durée : 1h30
- Calculatrice autorisée

**Observations :**

/20

NOTE :

**Exercice 1 : (Algorithmique) (5 points)**

1. Voici un programme en langage Python :

```
print("Entrer x :")
x=int(input())
y=4*x
y=y+1
y=y**2
print("y=", y)
```

a) x est un entier  
 b) x=2  
 $y = (4 \times 2 + 1)^2 = 9^2 = 81$   
x=-4  
 $y = (4 \times (-4) + 1)^2 = (-15)^2 = 225$

- a) Quel est le type de la variable x ? 0,5
- b) Pour chacune des valeurs suivantes de x saisies en entrée, calculer la valeur de y affichée en sortie.

1 • x = 2      • x = -4

c) Le programme définit une fonction  $f: x \rightarrow y$ . Exprimer y en fonction du nombre x.

0,5  $y = (4x + 1)^2$

2. Un magasin de reprographie applique le tarif suivant :

- 0,15 € l'unité pour 50 photocopies maximum ;
- 0,10 € l'unité au-delà.

0,5 x 2

On a écrit le programme ci-contre afin d'automatiser le calcul du prix à payer pour N photocopies réalisées.

Compléter (*sur le sujet directement*) les lignes 1 et 2.

```
print("Entrer N :")
N=int(input())
if N<=50:
    Prix=0,15*N 1
else:
    Prix=0,15*50 + 0,1*(N-50) 2
print("Prix=", Prix)
```

3. On place un capital de 500 € sur un compte rémunéré à 5% par an.

On souhaite élaborer un algorithme en langage naturel permettant de calculer le nombre d'années au bout desquelles le capital aura doublé.

Compléter (*sur le sujet directement*) l'algorithme suivant pour qu'il réponde à cette demande.

```
Affecter à S la valeur 500
Affecter à A la valeur 0
Tant que S < 1000
    Affecter à S la valeur S * 1,05
    Affecter à A la valeur A + 1
Fin Tant que
Afficher A
```

4 x 0,5

NOM : .....

Prénom : .....

**Exercice 2 : (Sur votre copie) (3 points)**

Calculer et simplifier :

$$A = (1 + \sqrt{3})^2$$

$$B = (3 - 2\sqrt{5})^2$$

$$C = (6\sqrt{2} + 7)(6\sqrt{2} - 7)$$

$$\begin{array}{l}
 A = (1 + \sqrt{3})^2 \\
 = 1 + 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \\
 = 4 + 2\sqrt{3}
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 B = (3 - 2\sqrt{5})^2 \\
 = 3^2 - 2 \times 3 \times 2\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2 \\
 = 9 - 12\sqrt{5} + 20 \\
 = 29 - 12\sqrt{5}
 \end{array}
 \right.
 \begin{array}{l}
 C = (6\sqrt{2} + 7)(6\sqrt{2} - 7) \\
 = (6\sqrt{2})^2 - 7^2 \\
 = 36 \times 2 - 49 \\
 = 72 - 49 \\
 = 23
 \end{array}$$

**Exercice 3 : (Sur votre copie) (1,5 point)**

Développer et réduire l'expression suivante :

$$A = (3x + 2)^2 - (x + 1)(x - 5)$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Ex } \textcircled{3}: \\
 A = (3x + 2)^2 - (x + 1)(x - 5) \\
 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 - (x^2 - 5x + x - 5) \\
 = 9x^2 + 12x + 4 - x^2 + 5x - x + 5 \\
 = 8x^2 + 16x + 9
 \end{array}$$

**Exercice 4 : (Sur votre copie) (2 points)**

Factoriser les expressions suivantes :

$$C = 3xy - 9x^2y + 27xy^2$$

$$D = 64x^2 - 1$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Ex } \textcircled{4}: \\
 C = 3xy - 9x^2y + 27xy^2 \\
 = 3xy(1 - 3x + 9y)
 \end{array}$$

$$D = 64x^2 - 1 = (8x + 1)(8x - 1)$$

**Exercice 5 : (Sur le sujet directement) (3,5 points)**

Soit  $f(x) = 49x^2 - 9 + (8x + 2)(7x - 3)$

1) Factoriser  $49x^2 - 9$

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{1} \quad 49x^2 - 9 = (7x)^2 - 3^2 \\
 = (7x + 3)(7x - 3)
 \end{array}$$

2) En déduire que  $f(x) = 5(7x - 3)(3x + 1)$

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{1} \quad f(x) = (7x + 3)(7x - 3) + (8x + 2)(7x - 3) \\
 = (7x - 3)(7x + 3 + 8x + 2) \\
 = (7x - 3)(15x + 5) \\
 = (7x - 3) \times 5(3x + 1) \\
 = 5(7x - 3)(3x + 1)
 \end{array}$$

3) Résoudre alors l'équation  $f(x) = 0$

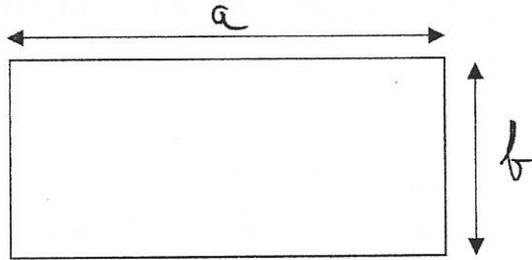
$$\begin{array}{l}
 \textcircled{1,5} \quad f(x) = 0 \Leftrightarrow 5(7x - 3)(3x + 1) = 0 \\
 \Leftrightarrow 7x - 3 = 0 \text{ ou } 3x + 1 = 0 \\
 \Leftrightarrow 7x = 3 \text{ ou } 3x = -1 \\
 \Leftrightarrow x = \frac{3}{7} \text{ ou } x = -\frac{1}{3}
 \end{array}
 \left.
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \right\} \text{ donc: } S = \left\{ \frac{3}{7}; -\frac{1}{3} \right\}$$

**Exercice 7 : (Sur votre copie) (2,5 points)**

Résoudre les équations suivantes après avoir effectué, si nécessaire, les factorisations nécessaires :

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{1,5} \quad 1) (x - 2)^2 - (4x + 5)^2 = 0 \\
 2) (7x - 6)^2 = -2
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 \textcircled{1} \quad 1) (x - 2)^2 - (4x + 5)^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow (x - 2 + 4x + 5)(x - 2 - 4x - 5) = 0 \\
 \Leftrightarrow (5x + 3)(-3x - 7) = 0 \\
 \Leftrightarrow 5x + 3 = 0 \text{ ou } -3x - 7 = 0 \\
 \Leftrightarrow 5x = -3 \text{ ou } -3x = 7
 \end{array}
 \right.
 \begin{array}{l}
 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5} \text{ ou } x = -\frac{7}{3} \\
 \text{Donc: } S = \left\{ -\frac{3}{5}; -\frac{7}{3} \right\}
 \end{array}$$

**Exercice 8 : (Sur le sujet directement) (2,5 points + BONUS)**



On considère un jardin rectangulaire d'aire  $3\,600\text{m}^2$  et dont les dimensions sont notées  $a$  et  $b$ .

1) Exprimer  $b$  en fonction de  $a$

⑥,5 On a :  $a \times b = 3\,600 \Leftrightarrow \boxed{b = \frac{3\,600}{a}}$

2) Montrer que le périmètre de ce jardin est donné par :  $2a + \frac{7\,200}{a}$

① Périmètre =  $2 \times a + 2 \times b$   
 $= 2 \times a + 2 \times \frac{3\,600}{a} = \underline{\underline{2a + \frac{7\,200}{a}}}$

3) Sachant que son périmètre vaut en fait 250 m, on souhaite déterminer ses dimensions.

a) On sait que  $a \neq 0$ , montrer qu'alors le problème revient à résoudre l'équation suivante :

$$2a^2 - 250a + 7\,200 = 0$$

① Périmètre = 250  $\Leftrightarrow 2a + \frac{7\,200}{a} = 250$

$$\Leftrightarrow \frac{2a^2 + 7\,200}{a} = 250$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 7\,200 = 250a$$

$$\underline{\underline{\Leftrightarrow 2a^2 - 250a + 7\,200 = 0}}$$

b) Montrer que  $2(a - 80)(a - 45) = 2a^2 - 250a + 7\,200$

⑦,1  $\underline{\underline{2(a - 80)(a - 45) = (2a - 160)(a - 45)}}$   
 $= 2a^2 - 2a \times 45 - 160a + 7\,200$   
 $= 2a^2 - 90a - 160a + 7\,200$   
 $= \underline{\underline{2a^2 - 250a + 7\,200}}$

c) En déduire les dimensions possibles du jardin.

⑦,1 On doit résoudre :  $2(a - 80)(a - 45) = 0$  } Il y a donc 2 cas possibles.

①  $\uparrow \frac{3\,600}{80} = 45$

②  $\uparrow \frac{3\,600}{45} = 80$

$\Leftrightarrow a - 80 = 0$  ou  $a - 45 = 0$   
 $\Leftrightarrow a = 80$  ou  $a = 45$

BONUS