Seconde G	**Corrigé du devoir de mathématiques :** *Inéquation avec valeur absolue/Géométrie repérée : milieu et distance/ Triangles particuliers/Parallélogrammes particuliers*	Fait le mardi 10 décembre 2019

Exercice 1 : (3 pts) (Directement sur le sujet)

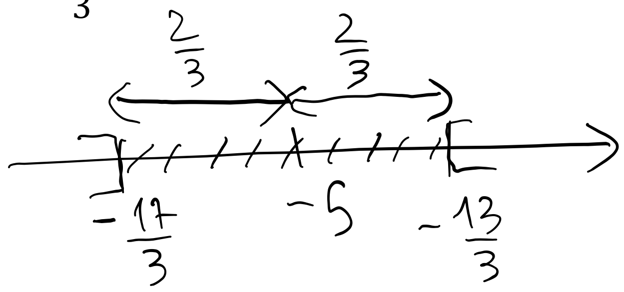
Résoudre l'inéquation suivante ***en justifiant*** :

$$|x+5| < \frac{2}{3}$$

$$\underbrace{|x-(-5)|}_{\text{distance entre } x \text{ et } -5} < \frac{2}{3}$$

$$-5-\frac{2}{3} = -\frac{15}{3}-\frac{2}{3} = -\frac{17}{3}$$

$$-5+\frac{2}{3} = -\frac{15}{3}+\frac{2}{3} = -\frac{13}{3}$$



Donc $S = \left]-\frac{17}{3} ; -\frac{13}{3}\right[$

Exercice 2 : (Directement sur le sujet) (4 pts)

Compléter les pointillés suivants :

1) Le point de concours des médianes d'un triangle est le centre de gravité
2) L'orthocentre est le point de concours des hauteurs.
3) Le centre du cercle inscrit est le point de concours des bissectrices
4) Si MR = MT, alors le point M est situé précisément sur la médiatrice du segment [RT]
5) La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure
6) Le centre de gravité, le centre du cercle circonscrit et l'orthocentre sont alignés.

   La droite ainsi tracée est appelée la droite d'Euler

Exercice 3 : (Sur votre copie)(9 pts)

On considère les trois points suivants dans un repère orthonormé du plan :

A(-6 ;7) , B(-3 ;6) et C(-8 ;1)

1) Calculer les distances AB, AC et BC

$$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(-3+6)^2+(6-7)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-8+6)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-8+3)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$$

2) Montrer que ABC est rectangle en A

$BC^2 = 50$ et $AB^2 + AC^2 = 10 + 40 = 50$

d'où : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A

3) En déduire, en justifiant, le calcul des coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

comme ABC est rectangle en A, le centre de son cercle circonscrit est situé au milieu de son hypoténuse.

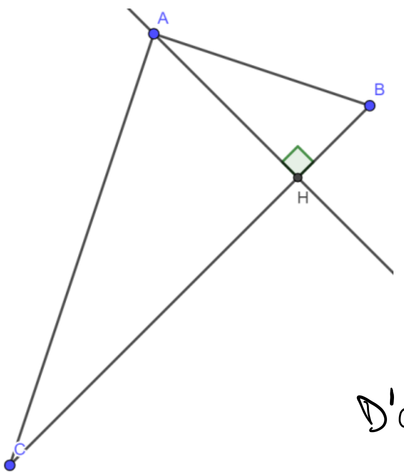
Ici, [BC] est l'hypoténuse.

Soit M le milieu de [BC].

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-3+(-8)}{2} = -\frac{11}{2} \quad \Big| \quad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2}$$

Donc M a pour coordonnées $\left(-\frac{11}{2} ; \frac{7}{2}\right)$

4) On note H, le projeté orthogonal du point A sur (BC). En calculant l'aire du triangle (ABC) de deux manières différentes, calculer AH



comme ABC est rectangle en A (quest 2)

$$\text{Aire}(ABC) = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{40}}{2} = \frac{\sqrt{400}}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

D'autre part, $\text{Aire}(ABC) = \frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{\sqrt{50} \times AH}{2} = \frac{5\sqrt{2} \times AH}{2}$

d'où $\frac{5\sqrt{2} \times AH}{2} = 10$

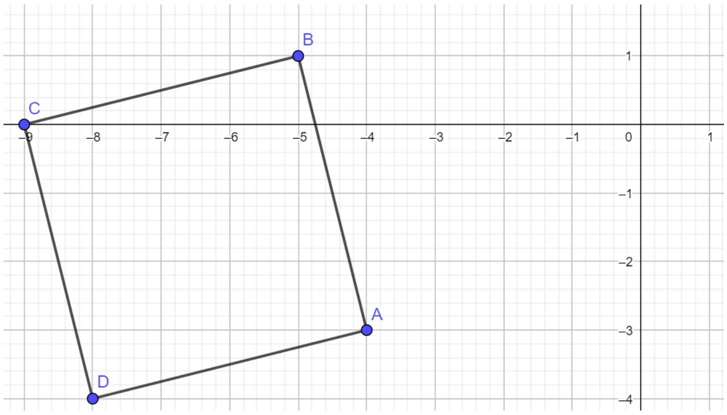
$$\Leftrightarrow AH = \frac{2 \times 10}{5\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2})^{\cancel{2}} \times \cancel{5} \times 2}{\cancel{5} \times \cancel{\sqrt{2}}} = \boxed{2\sqrt{2}}$$

Exercice 4 : (Sur votre copie)(4 pts)

Soient les quatre points suivants dans un repère orthonormé du plan :

A(- 4 ; - 3)   B(- 5 ;1)   C(- 9 ; 0)   et D(- 8 ; - 4)

Déterminer la nature du quadrilatère ABCD ***en justifiant soigneusement***.



Conjecture : Il semblerait que ABCD soit un carré.

Soit M le milieu de [AC] :

$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-4+(-9)}{2} = -\frac{13}{2}$

$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-3+0}{2} = -\frac{3}{2}$

d'où : $M\left(-\frac{13}{2} ; -\frac{3}{2}\right)$

Soit N le milieu de [BD] :

$x_N = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{-5+(-8)}{2} = -\frac{13}{2}$

$y_N = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{1+(-4)}{2} = -\frac{3}{2}$

d'où : $N\left(-\frac{13}{2} ; -\frac{3}{2}\right)$

Le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu c'est donc un parallélogramme.

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-9+4)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$

$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(-8+5)^2 + (-4-1)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

Le parallélogramme ABCD a ses diagonales de même longueur. C'est donc un rectangle.

De plus, $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-5+4)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(-8+4)^2 + (-4+3)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$

Le rectangle ABCD possède deux côtés consécutifs égaux.

Donc $\boxed{\text{ABCD est un carré}}$