Nom :……………………………………….Prénom :…………………………….

CORRIGÉ Fait Le

Seconde 7	**Devoir de mathématiques :** *Vecteurs / Second degré*	Vendredi 26 avril 2019

Exercice 1 :

Soit $f(x) = 3x^2 + x - 2$

1) Montrer que $f(x) = (3x - 2)(x + 1)$
2) Montrer que $f(x) = 3(x + \frac{1}{6})^2 - \frac{25}{12}$
3) Déterminer en justifiant les variations de f
4) Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) = 0$
5) Résoudre à l'aide d'un tableau de signes l'inéquation $f(x) > 0$

1) $(3x-2)(x+1) = 3x^2 + 3x - 2x - 2$
$= 3x^2 + x - 2 = f(x)$

2) $3\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{25}{12} = 3\left(x^2 + 2x\times\frac{1}{6} + \frac{1}{36}\right) - \frac{25}{12}$
$= 3x^2 + x + \frac{1}{12} - \frac{25}{12}$
$= 3x^2 + x - \frac{24}{12} = 3x^2 + x - 2 = f(x)$

3) $f(x) = 3\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{25}{12}$ (Forme canonique de f)

avec $\begin{cases} a = 3 \\ \alpha = -\frac{1}{6} \\ \beta = -\frac{25}{12} \end{cases}$

$a = 3 > 0$, d'où f est d'abord décroissante puis croissante. D'où le tableau de variations de f :

Nom :……………………………………….Prénom :……………………………..

x	$-\infty$		$-\frac{1}{6}$		$+\infty$
Variations de f		$\searrow$	$-\frac{25}{12}$	$\nearrow$	

4) $f(x)=0 \iff (3x-2)(x+1)=0$

$\iff 3x-2=0$ ou $x+1=0$

$\iff 3x=2$ ou $x=-1$

$\iff x=\frac{2}{3}$ ou $x=-1$

Donc $S=\left\{\frac{2}{3} ; -1\right\}$

5) $f(x)>0 \iff (3x-2)(x+1)>0$

$3x-2>0 \iff x>\frac{2}{3}$ $\quad$ $x+1>0 \iff x>-1$

x	$-\infty$		-1		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
Signe de $3x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	
Signe de $x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $S=\left]-\infty ; -1\right[\cup \left]\frac{2}{3} ; +\infty\right[$

Nom :……………………………………Prénom :…………………………..

Exercice 2 : (Les questions de cet exercice sont indépendantes)

1) Soient les trois points suivants dans un repère du plan : E(3 ;4) , F(6 ;2) et G(-3 ;8)
Montrer que ces trois points sont alignés en justifiant.

$\overrightarrow{EF}(x_F - x_E ; y_F - y_E)$ $\overrightarrow{EG}(x_G - x_E ; y_G - y_E)$

$(6-3 ; 2-4)$ $(-3-3 ; 8-4)$

$(3 ; -2)$ $(-6 ; 4)$

$x_{\overrightarrow{EF}} \times (-2) = x_{\overrightarrow{EG}}$, d'autre part : $y_{\overrightarrow{EF}} \times (-2) = y_{\overrightarrow{EG}}$

Donc : $\overrightarrow{EG} = -2\overrightarrow{EF}$

D'où $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ sont colinéaires avec un point en commun, donc E, F et G sont alignés

2) Soient les quatre points suivants dans un repère du plan : A(-2 ;1), B(4 ;7), C(-5 ;2) et D(1 ;8).

Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier soigneusement.

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ $\overrightarrow{CD}(x_D - x_C ; y_D - y_C)$

$(4+2 ; 7-1)$ $(1+5 ; 8-2)$

$(6 ; 6)$ $(6 ; 6)$

On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, d'où $(AB) // (CD)$

3) On considère les vecteurs $\vec{u}(-7 ; 3)$ et $\vec{v}$ (x ; 11) où x est un nombre réel.

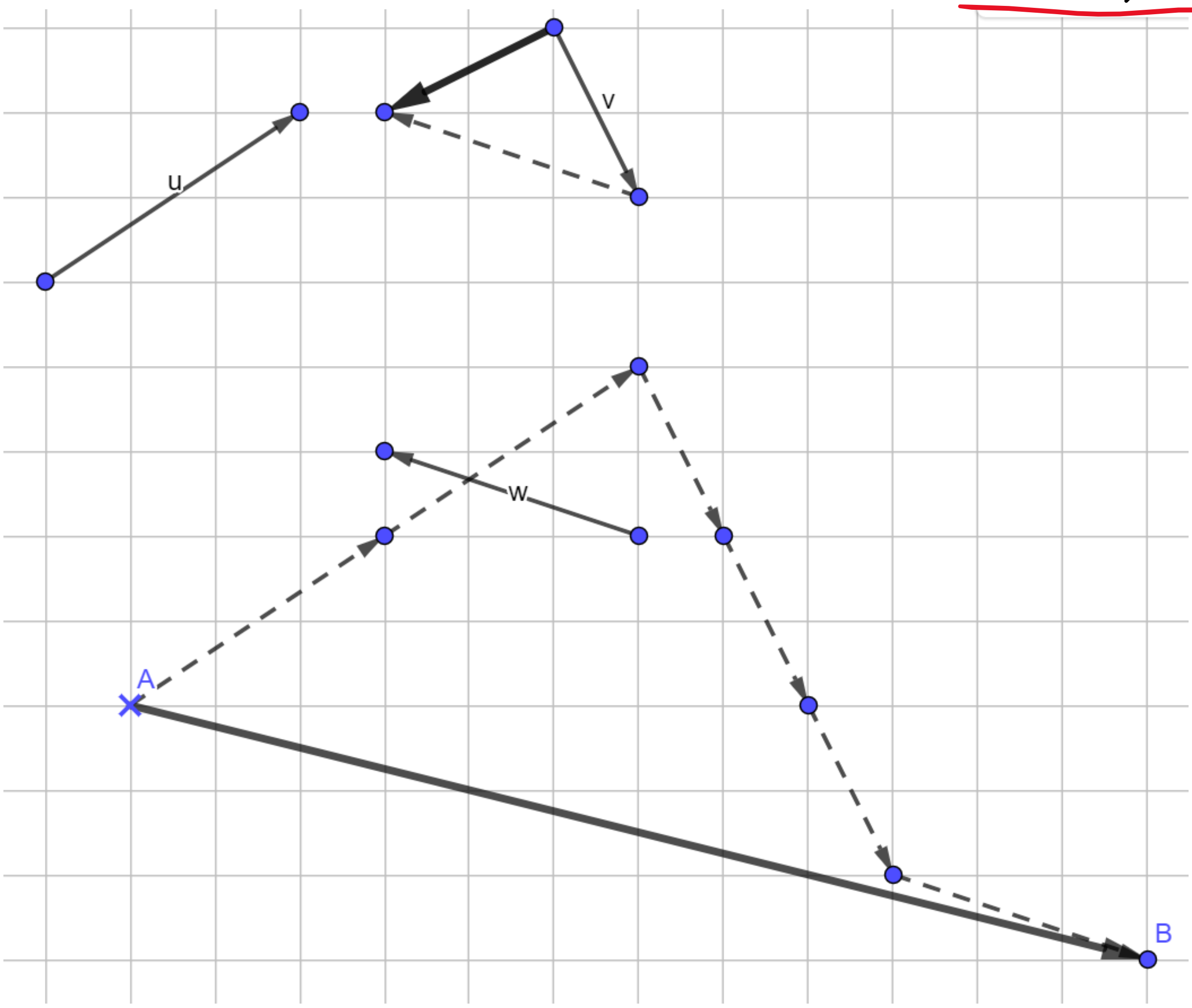
Calculer la valeur de x pour que ces deux vecteurs soient colinéaires.

Nom :………………………………………Prénom :………………………….

$x_{\vec{u}} \times y_{\vec{v}} = -7 \times 11 = -77$ et $y_{\vec{u}} \times x_{\vec{v}} = 3x$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\iff -77 = 3x \iff x = -\frac{77}{3}$

Exercice 3 :



Exercice 4 :

On considère les quatre points suivants dans un repère orthonormé : A(-3 ;-3), B(3 ;-1), C(2 ;2) et D(- 4 ;0)

1) Placer les points dans le repère de la feuille fournie en annexe *(dernière page du sujet)* (Figure à compléter au fur et à mesure de l’exercice)
2) a) Démontrer que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
   b) Interpréter géométriquement cette égalité

3) a) Calculer en valeur exacte AB, AD et BD

   b) En déduire la nature du triangle ABD

   c) Que peut-on en déduire quant à la nature précise du quadrilatère ABCD ? Justifier.

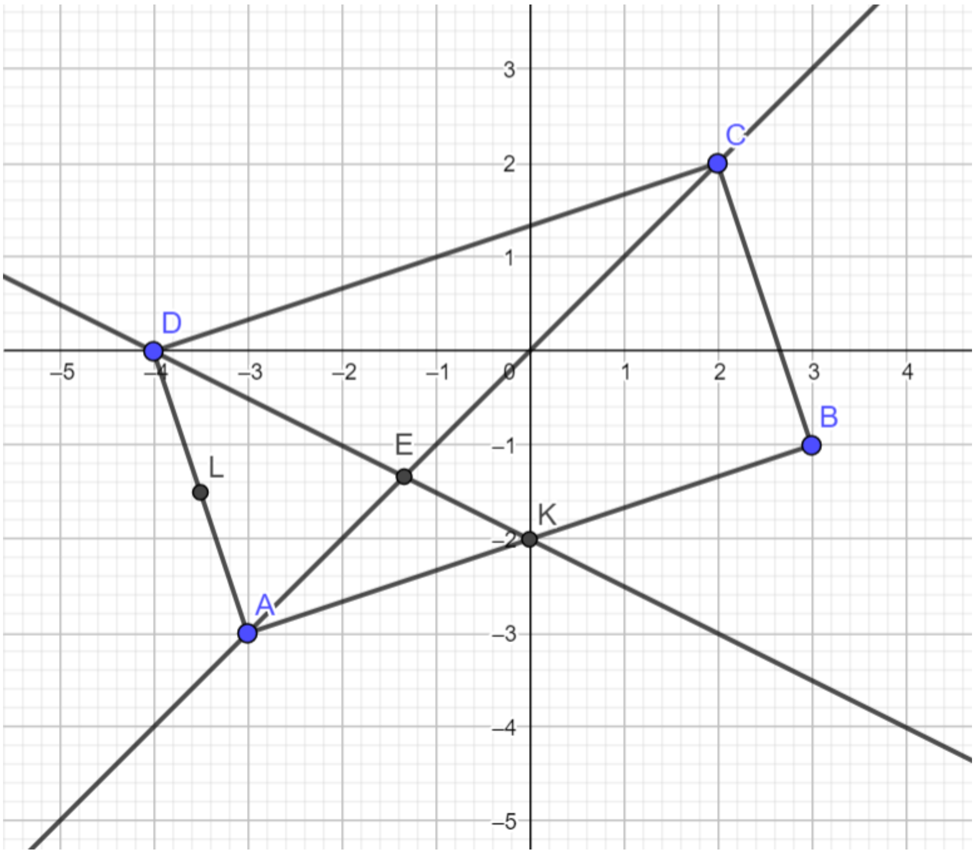
4) Calculer les coordonnées du point K, milieu de [AB], puis celles du point L, milieu de [AD]

Nom :……………………………………….Prénom :…………………………..

5) On admet que les droites (DK) et (AC) se coupent en un point E tel que E admet pour coordonnées ($-\frac{4}{3}$; $-\frac{4}{3}$)

Que peut-on dire des points L, E et B ? Le démontrer.

ANNEXE



2)a) $\overrightarrow{AD}(x_D - x_A ; y_D - y_A)$
$(-4+3 ; 0+3)$
$(-1 ; 3)$

$\overrightarrow{BC}(x_C - x_B ; y_C - y_B)$
$(2-3 ; 2+1)$
$(-1 ; 3)$

$\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont les mêmes coordonnées

Donc : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow$ ABCD est un parallélogramme

Nom : .... Prénom : ....

3) a) Dans un repère orthonormé :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(3+3)^2 + (-1+3)^2}$$

$$= \sqrt{36+4}$$

$$= \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(-4+3)^2 + (0+3)^2}$$

$$= \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2}$$

$$= \sqrt{(-4-3)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{49+1}$$

$$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

b) [BD] est le plus grand côté :

$BD^2 = 50$ et $AB^2 + AD^2 = 40 + 10 = 50$

alors : $BD^2 = AB^2 + AD^2$

Nom :………………………………………Prénom :……………………………..

La réciproque du théorème de Pythagore est vérifiée

Donc ABD est un triangle rectangle en A

c) ABCD est un parallélogramme (d'après 2 b))

avec $\widehat{BAD} = 90°$ (3 b))

or, un parallélogramme avec un angle droit est un rectangle. Donc ABCD est un rectangle

4) K milieu de [AB] :

$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2} ; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

$$\left(\frac{-3+3}{2} ; \frac{-3+(-1)}{2}\right)$$

Donc : $K(0;-2)$

L milieu de [AD]

$$L\left(\frac{x_A+x_D}{2} ; \frac{y_A+y_D}{2}\right)$$

$$\left(\frac{-3+(-4)}{2} ; \frac{-3+0}{2}\right)$$

Donc : $L\left(-\frac{7}{2} ; -\frac{3}{2}\right)$

comme $E\left(-\frac{4}{3} ; -\frac{4}{3}\right)$, Nom :……………………………………….Prénom :…………………………..

$\overrightarrow{LE}\left(x_E - x_L ; y_E - y_L\right)$

$\left(-\frac{4}{3} + \frac{7}{2} ; -\frac{4}{3} + \frac{3}{2}\right)$

$\left(-\frac{8}{6} + \frac{21}{6} ; -\frac{8}{6} + \frac{9}{6}\right)$

$\left(\frac{13}{6} ; \frac{1}{6}\right)$

$\overrightarrow{LB}\left(x_B - x_L ; y_B - y_L\right)$

$\left(3 + \frac{7}{2} ; -1 + \frac{3}{2}\right)$

$\left(\frac{13}{2} ; \frac{1}{2}\right)$

$\frac{1}{3}\overrightarrow{LB} = \overrightarrow{LE}$, d'où $\overrightarrow{LB}$ et $\overrightarrow{LE}$ sont colinéaires, avec un point en commun

Donc : L, E et B sont alignés