NOM :..Prénom :..

CORRIGÉ Faute

Seconde 7	**Devoir de mathématiques :** *Fonctions inverses/Fonctions homographiques/Signes de quotients*	Mardi 29 mai 2018

- Durée : 45 min
- Calculatrice autorisée
- **Répondre directement sur le sujet**

Observations :
NOTE : **/20**

Exercice 1 : /4

1) Soient $A = 3 + \sqrt{5}$ et $B = 3 - \sqrt{5}$

Sans les calculer, mais en justifiant soigneusement, comparer $\frac{1}{A}$ et $\frac{1}{B}$

$A = 3+\sqrt{5} > 0$ et $B = 3-\sqrt{5} > 0$ de plus, $A > B$ (2)

comme la fonction inverse est strictement décroissante sur $]0;+\infty[$

alors $\boxed{\frac{1}{A} < \frac{1}{B}}$

2) Même question avec $A = 1 - 5\pi$ et $B = 1 - 7\pi$

$A = 1 - 5\pi < 0$ et $B = 1 - 7\pi < 0$ avec $A > B$ (car $7\pi > 5\pi$) (2)

comme la fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty; 0[$

alors $\boxed{\frac{1}{A} < \frac{1}{B}}$

Exercice 2 : /2

Loïc affirme que la fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty ;0 [\cup]0 ;+\infty[$.

Qu'en pensez-vous ? Justifier soigneusement.

C'est faux. En effet, on a, par exemple, $-1 < 1$

et $\frac{1}{-1} < \frac{1}{1}$, donc la fonction inverse

n'est pas strictement décroissante sur $\mathbb{R}^*$

NOM :……………………………………………Prénom :…………………………………..

Exercice 3 : 4

Les fonctions suivantes sont-elles des fonctions homographiques ? Justifier.

1) $f(x) = 5 + \frac{2x+1}{x-4}$

f est définie si et seulement si $x - 4 \neq 0$
d'où $D_f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

$f(x) = \frac{5(x-4)+2x+1}{x-4} = \frac{7x-19}{x-4}$, f est bien une fonction homographique car de la forme $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

avec $\begin{cases} a = 7 \\ b = -19 \\ c = 1 \\ d = -4 \end{cases}$

2

2) $g(x) = \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x+2}$

g est définie si et seulement si $x+1 \neq 0$ et $x+2 \neq 0$

$D_g = \mathbb{R} \setminus \{-1 ; -2\}$

$g(x) = \frac{2x(x+2) - x(x+1)}{(x+1)(x+2)}$

$= \frac{x^2 + 3x}{(x+1)(x+2)}$

2

g n'est pas une fonction homographique.

Exercice 4 : 5

Soit $f(x) = \frac{5x+1}{7-x}$

1) Déterminer le domaine de définition de f (on le notera D_f)

2

f est définie si et seulement si $7 - x \neq 0$
or, $7 - x = 0 \Leftrightarrow x = 7$

Donc : $D_f = \mathbb{R} \setminus \{7\}$

2) Etudier le signe de f à l'aide d'un tableau

$5x + 1 \geq 0$
$\Leftrightarrow 5x \geq -1$
$\Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{5}$

$7 - x \geq 0$
$\Leftrightarrow x \leq 7$

D'où le tableau de signes de f :

3

x	$-\infty$		$-\frac{1}{5}$		7		$+\infty$
signe de $5x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $7-x$		$+$		$+$	0	$-$	
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	

Donc : $f(x) \geq 0$ pour $x \in [-\frac{1}{5} ; 7[$
$f(x) < 0$ pour $x \in]-\infty ; -\frac{1}{5}[\cup]7 ; +\infty[$

NOM :……………………………………………Prénom :……………………………………..

Exercice 5 : /5

Soit $g(x) = \frac{2x+1}{3x-4} - 2$

g est définie si et seulement si $3x - 4 \neq 0$

or, $3x - 4 = 0 \iff x = \frac{4}{3}$

D'où $D_g = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{4}{3}\right\}$

a) Montrer soigneusement que $g(x) = \frac{-4x+9}{3x-4}$

$$g(x) = \frac{2x+1}{3x-4} - \frac{2(3x-4)}{3x-4} = \frac{2x+1-6x+8}{3x-4} = \boxed{\frac{-4x+9}{3x-4}}$$

2

b) En déduire, à l'aide d'un tableau de signes , la résolution de l'inéquation $g(x) \geq 0$

$-4x+9 \geq 0 \iff -4x \geq -9 \iff x \leq \frac{9}{4}$

$3x-4 \geq 0 \iff 3x \geq 4 \iff x \geq \frac{4}{3}$

⚠ Attention à la position de $\frac{9}{4}$ par rapport à $\frac{4}{3}$

x	$-\infty$		$\frac{4}{3}$		$\frac{9}{4}$		$+\infty$
signe de $-4x+9$		+		+	0	−	
signe de $3x-4$		−	0	+		+	
signe de $g(x)$		−	‖	+	0	−	

3

Donc :

$S = \left]\frac{4}{3} ; \frac{9}{4}\right]$