2nde.

Corrigé du devoir commun (Fait le 16/02/18)

1

Exercice 1 : /5

1) a) $f(2) = 0$ (0,5)

b) On trace la droite horizontale à l'ordonnée 1.

(0,75) Les solutions éventuelles de l'équation $f(x) = 1$ sont les abscisses des points d'intersection de (C_f) avec la droite.

On obtient :

$$S = \{\simeq -0,25 \,;\, 1,75\}$$

c) $f(x) \geq 0$: On cherche les abscisses des points de (C_f) situés au-dessus ou sur l'axe des abscisses.

(1) Tableau de signes :

x	-1		$-\frac{1}{2}$		2		$2,5$
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

→ Tableau de variations de g :

(0,5)

x	-1		$0,5$		2		$2,5$
Variation de g	$-0,5$	↗	$\simeq 0,8$	↘	$\simeq -0,4$	↗	0

2) a) Par lecture graphique :

(0,5) * g est strictement croissante sur $[-1 \,;\, 0,5] \cup [2 \,;\, 2,5]$

* g est strictement décroissante sur $[0,5 \,;\, 2]$

b) Pour déterminer les éventuels antécédents de 0 par g :
on cherche les abscisses des éventuels points d'intersection de (C_g) (0,5) avec l'axe des abscisses.

Antécédents de 0 par g = $\{-0,5 \,;\, 1,5 \,;\, 2,5\}$

c) Par lecture graphique, le minimum de g est $-0,5$ (0,25) et il est atteint en $x = -1$ (0,25)

3) Les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de (C_f) avec (C_g)

On trouve : $S = \left\{ -\frac{1}{2} ; \simeq 2,1 \right\}$ (0,75)

(2)

Exercice (2) : /5 $f(x) = (x+3)^2 - 2(x+3)(3x+1)$

1) $f(x) = x^2 + 6x + 9 - 2(3x^2 + x + 9x + 3)$

(1) $= x^2 + 6x + 9 - 6x^2 - 20x - 6$

$= \underline{-5x^2 - 14x + 3}$ (Forme développée et réduite)

2) $f(x) = (x+3)\left(x+3 - 2(3x+1)\right)$

(1) $= (x+3)(x+3-6x-2)$

$= \underline{(x+3)(-5x+1)}$ (Forme factorisée)

3) a) $f(x) = 0$ si et seulement si $(x+3)(-5x+1) = 0$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul.

(0,5) d'où $x+3 = 0$ ou $-5x+1 = 0$

$x = -3$ ou $-5x = -1$

$x = -3$ ou $x = \frac{1}{5}$

Donc : $\underline{S = \left\{ -3 ; \frac{1}{5} \right\}}$

b) $f(\sqrt{2}) = -5 \times (\sqrt{2})^2 - 14 \times \sqrt{2} + 3$

(0,75) $= -5 \times 2 - 14\sqrt{2} + 3$

$= \boxed{-7 - 14\sqrt{2}}$

c) $f(x) = 3$ si et seulement si $-5x^2 - 14x + 3 = 3$

si et seulement si $-5x^2 - 14x = 0$

(0,75) si et seulement si $x(-5x - 14) = 0$

Un produit de facteurs est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul. D'où $x = 0$ ou $-5x - 14 = 0$

$x = 0$ ou $5x = -14$

$x = 0$ ou $x = -\dfrac{14}{5}$

Donc 0 et $-\dfrac{14}{5}$ sont les deux antécédents de 3 par f.

4) $(x+3)(-5x+1) < 0$

$x+3 > 0$ si et seulement si $x > -3$

$-5x+1 > 0$ si et seulement si $-5x > -1$

si et seulement si $x < \dfrac{1}{5}$ 1

D'où le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-3		$\frac{1}{5}$		$+\infty$
Signe de $x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $-5x+1$		$+$		$+$	0	$-$	
signe de $(x+3)(-5x+1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc :

$S =]-\infty ; -3[\cup]\frac{1}{5} ; +\infty[$

Exercice 3 : /7

1) $h(0) = 3$, $h(-1) = 5$

h est affine d'où $h(x) = ax + b$

calcul de a :

$$a = \frac{h(0) - h(-1)}{0 - (-1)} = \frac{3-5}{1} = -2$$ 1

D'où $h(x) = -2x + b$

calcul de b :

comme $h(0) = 3$, alors $-2 \times 0 + b = 3$

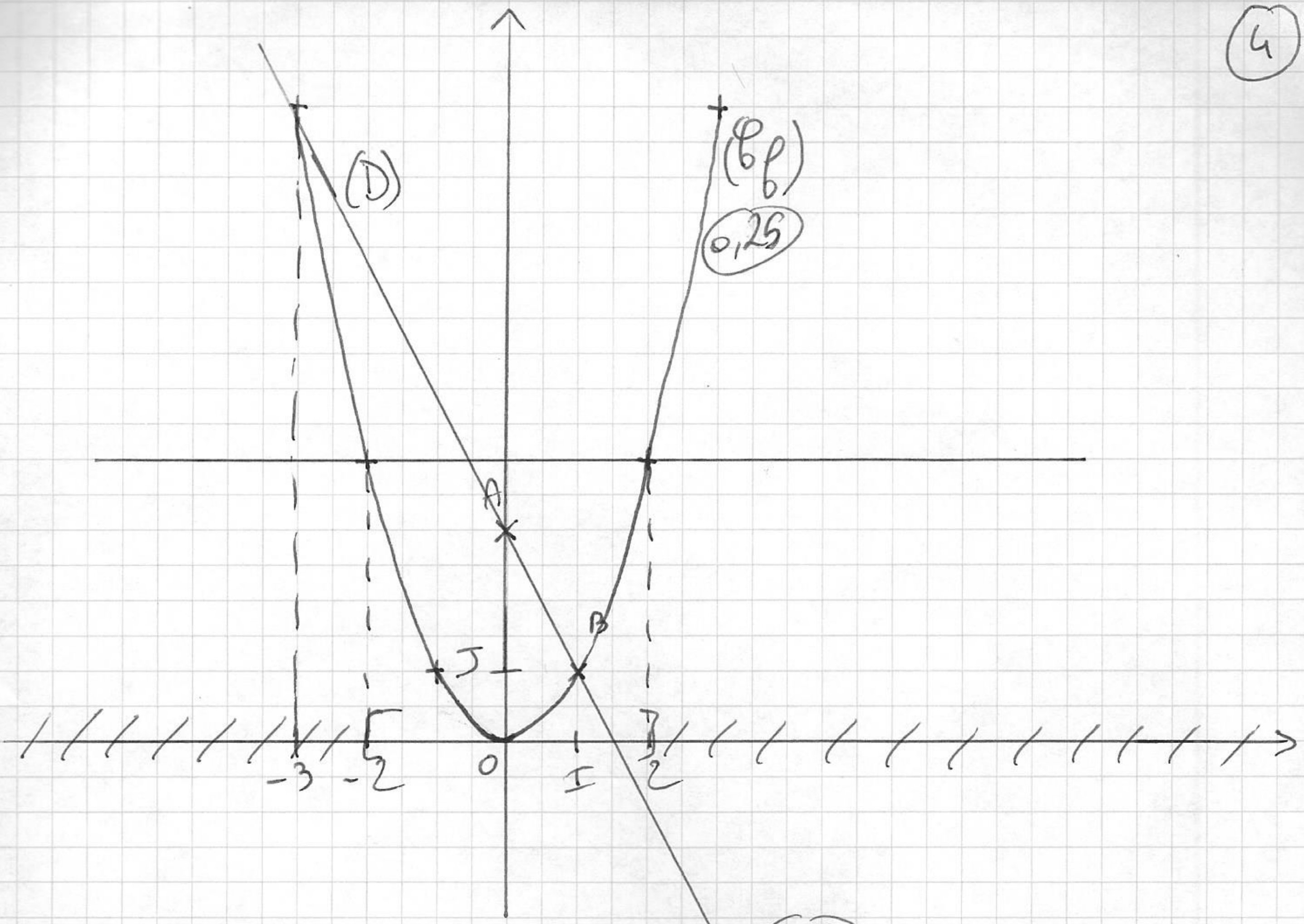
d'où $b = 3$

Donc : $h(x) = -2x + 3$

Calculons les coordonnées de 2 points de la droite (D) :

x	0	1
y	3	1

d'où $A(0;3)$ et $B(1;1)$ sont deux points de la droite (D).



0,25

2) $f(x)=x^2$

a) f est strictement décroissante sur $]-\infty;0]$ et strictement croissante sur $[0;+\infty[$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de f	↘	0	↗

0,5

$f(0)=0$

$f(1)=1^2=1=f(-1)$

$f(2)=2^2=4=f(-2)$

$f(3)=3^2=9=f(-3)$

b) Voir repère ci-dessus.

3) a) $f(x)=4$:

On trace la droite horizontale à l'ordonnée 4. 0,75

Les solutions éventuelles sont les abscisses des points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec la droite.

On obtient $\boxed{S=\{-2\,;\,2\}}$

b) $f(x)>4$: Les solutions sont les abscisses des points de $(\mathcal{C}_f)$ situés strictement au-dessus de la droite horizontale à l'ordonnée 4 on obtient : $S =]-\infty ; -2[\cup]2 ; +\infty[$ (1)

4) $x^2 < -2x+3$

Pour résoudre graphiquement cette inéquation, on cherche les abscisses des points de $(\mathcal{C}_f)$ situés strictement en dessous de (D)

(0,25) On obtient : $S =]-3 ; 1[$ (on a bien $(\mathcal{C}_f)$ et (D) qui se coupent aux points de coordonnées $(1;1)$ et $(-3;9)$)

5)a) $(x-1)(x+3) = x^2+3x-x-3$

$= x^2+2x-3$ (0,5)

b) $x^2+2x-3<0$ si et seulement si $(x-1)(x+3)<0$

$x-1>0$ si et seulement si $x>1$

$x+3>0$ si et seulement si $x>-3$

Tableau de signes : (1)

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
signe de $x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $(x-1)(x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D'où $S =]-3;1[$

c) Dans la question 4), l'inéquation est $x^2<-2x+3$

on a trouvé $S =]-3;1[$

(1) car, $x^2<-2x+3$ équivaut à $x^2+2x-3<0$

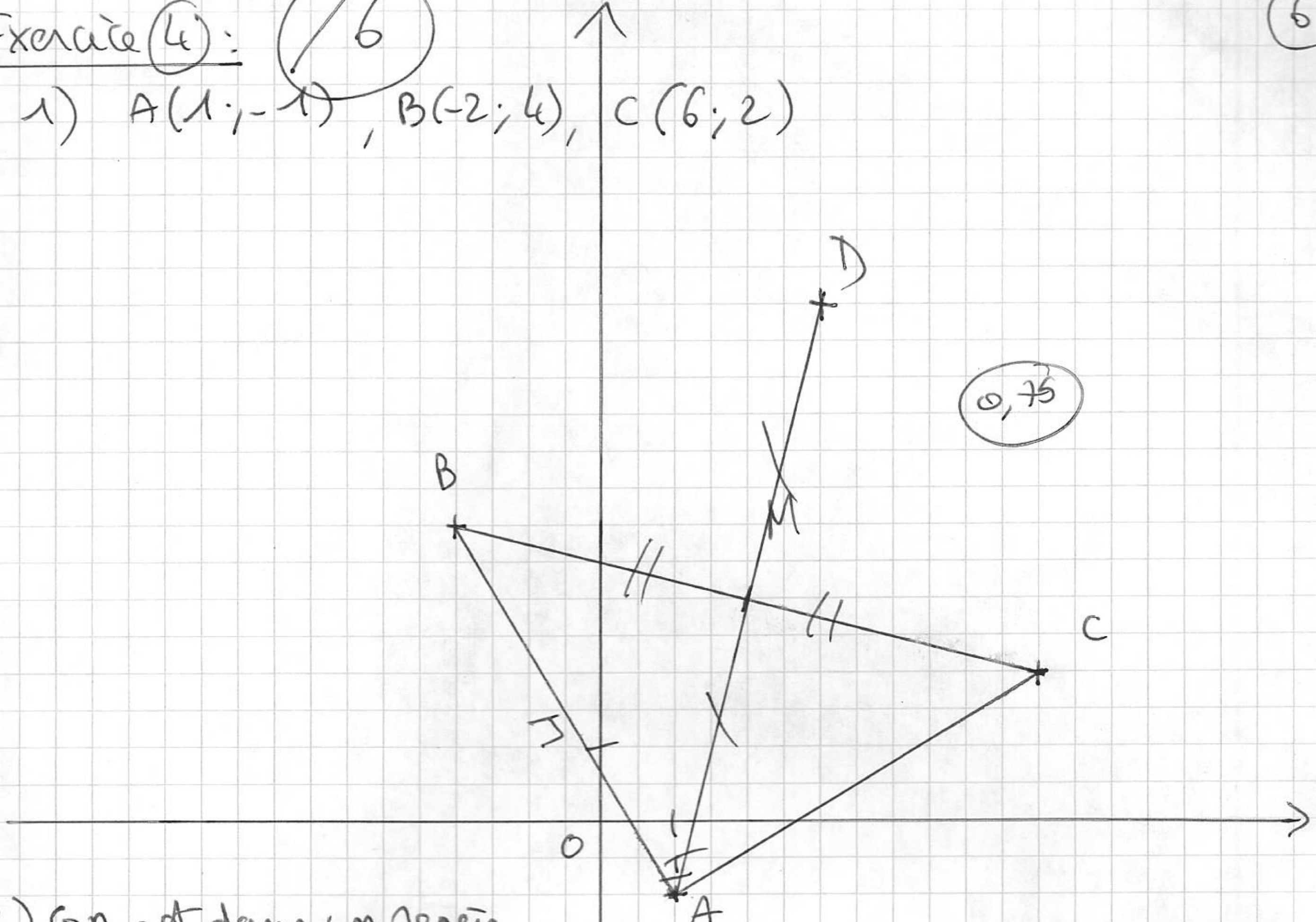
c'est la même inéquation qu'en 5 b).

C'est pourquoi on trouve encore $S =]-3;1[$.

6

Exercice 4 : /6

1) $A(1;-1)$, $B(-2;4)$, $C(6;2)$



2) On est dans un repère orthonormé :

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$= \sqrt{(-2-1)^2 + (4+1)^2}$ (1)

$= \sqrt{9 + 25}$

$\boxed{AB = \sqrt{34}}$

On admet que $AC = \sqrt{34}$ et $BC = 2\sqrt{17}$

1) Tout d'abord : $AC = AB$, d'où ABC est isocèle en A (0,25)

D'autre part :

$BC^2 = (2\sqrt{17})^2 = 4 \times 17 = 68$

et $AB^2 + AC^2 = (\sqrt{34})^2 + (\sqrt{34})^2 = 34 + 34 = 68$

d'où $BC^2 = AB^2 + AC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A (0,5)

7

2) M milieu de [BC] :

$$\left.\begin{aligned} x_M &= \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-2+6}{2} = 2 \\ y_M &= \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{4+2}{2} = 3 \end{aligned}\right\} \text{d'où : } \boxed{M(2\,;3)}$$

0,5

3) Comme ABC est rectangle en A (question 1), alors le centre du cercle circonscrit est situé au milieu de l'hypoténuse c'est-à-dire au milieu de [BC].

0,75

Or, d'après 2), M est le milieu de [BC]

Donc : M est le centre du cercle circonscrit à ABC

$R = \frac{BC}{2} = \frac{2\sqrt{17}}{2} = \boxed{\sqrt{17}}$: rayon de ce cercle.

4) M est alors le milieu de [AD]

$x_M = \frac{x_A + x_D}{2}$ d'où : $2 = \frac{1 + x_D}{2}$

1

d'où $1 + x_D = 2 \times 2 = 4$

$x_D = 4 - 1 = 3$

$y_M = \frac{y_A + y_D}{2}$, d'où $3 = \frac{-1 + y_D}{2}$

d'où $3 \times 2 = -1 + y_D$

$y_D = 6 + 1 = 7$

Donc : D(3 ; 7)

5) M est le milieu de [BC]
M est aussi le milieu de [AD]
} ABDC a ses diagonales qui se coupent en leur milieu

0,75

D'où ABDC est un parallélogramme

D'autre part : ABC triangle isocèle et rectangle en A
c'est-à-dire : AB = AC et $\widehat{BAC} = 90°$

ABDC est un parallélogramme avec deux côtés consécutifs égaux et un angle droit.

Donc ABDC est un carré

6) On a $MD = MA = MB = MC$
car M est le milieu de [BC] et de [AD]
avec $AD = BC$.

0,5

Donc D est situé sur le cercle circonscrit à ABC

Exercice 5 : /2

1) a) $x = 162$

0,25

Comme : $162 \leq 250$, alors $75 \to c$
et l'algorithme affiche $\boxed{75}$

b) $x = 625$
comme $625 > 250$, alors $75 + 0{,}28 \times (625 - 250)$
$= 180$

0,5

l'algorithme affiche $\boxed{180}$

c) si $x = 250$
comme $250 \leq 250$, alors $75 \to c$

0,5

l'algorithme affiche $\boxed{75}$

2) Tarif de location : $\boxed{75 €}$

0,25

0,25

Le tarif permet de parcourir : $\boxed{250}$ km
Chaque kilomètre supplémentaire coûte : $\boxed{28 \text{ centimes}}$

0,25

Exercice 6 : /5

1)

Taille (en cm)	46	47	48	49	50	51	52	53
Effectifs	3	5	5	6	5	10	6	2
ECC	3	8	13	19	24	34	40	42

0,5 + 0,5

2) $\bar{x} = \dfrac{3\times46 + 5\times47 + 5\times48 + 6\times49 + 5\times50 + 10\times51 + 6\times52 + 2\times53}{42}$

(1) $= \dfrac{2085}{42} \simeq \boxed{49,6 \text{ cm}}$

3) En observant les ECC, on dépasse $\frac{42}{2} = 21$ pour la taille 50cm (ECC = 24)

D'où la médiane est 50cm

(0,5) Autre méthode : il y a 42 valeurs en tout.

42 : nombre entier pair

En classant les données dans l'ordre croissant, la médiane est située entre la 21ème et la 22ème valeur.

On retient : Médiane = 50cm

Position de Q_1 : $\frac{42}{4} = 10,5$

(0,5) On prend la 11ème valeur

Donc $Q_1 = 48$ cm

Position de Q_3 : $\underline{42} \times 3 = 31,5$

On prend la 32ème valeur

(0,5) Donc $Q_3 = 51$ cm

4) Taille $\geq$ 50cm :

(0,75) $n_{50} + n_{51} + n_{52} + n_{53} = 5 + 10 + 6 + 2$
$= 23$

D'où le pourcentage cherché : $\frac{23}{42} \times 100 \simeq \boxed{54,8\%}$

5) Taille $\geq$ 51cm = 10 + 6 + 2 = 18 nouveau-nés

(0,75) $\frac{18}{42} \times 100 \simeq 42,86\% \neq 25\%$.

Environ 42,9% des nouveau-nés ont une taille supérieure ou égale à 51cm