NOM : ……………………………………………Prénom : ………………………………

CORRIGÉ Fait le

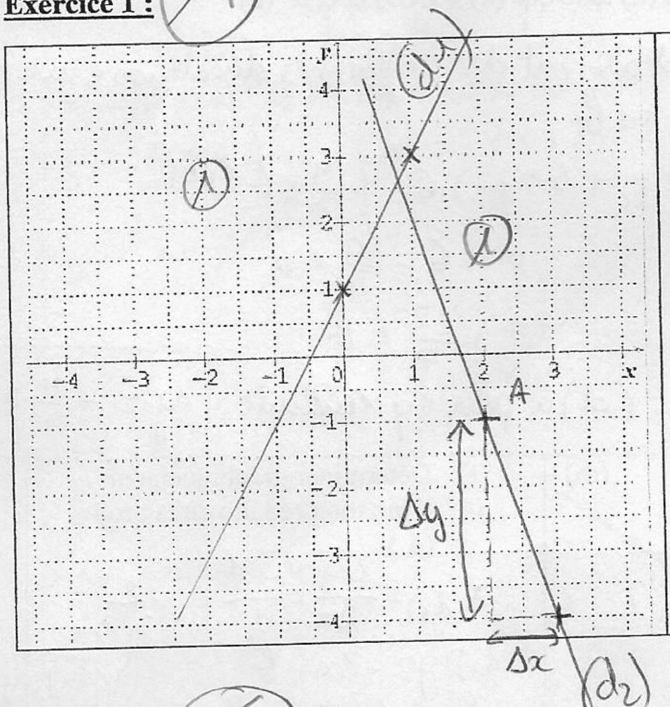
Seconde 2	**Devoir de mathématiques :** *Droites dans le plan/Calcul algébrique*	Vendredi 20 janvier 2017

- Durée : 1h30
- Calculatrice autorisée
- Mettre son nom sur le sujet et le rendre

Observations :

NOTE :

Exercice 1 : /4



1) Dans le repère ci-contre, tracer la droite (d_1) d'équation $y = 2x + 1$ en justifiant ci-dessous :

calculons les coordonnées de 2 pts :

x	0	1
y	1	3

①

2) Tracer dans le même repère la droite (d_2) de coefficient directeur -3 passant par le point A de coordonnées (2 ;-1)

$a = -3 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ①

Exercice 2 : /2

Soient (d) et (d'), deux droites d'équations respectives $y = -\frac{5}{3}x + 2$ et $y = \frac{1}{5}x - 6$

Déterminer **deux points pour chaque droite** avec uniquement des coordonnées entières. 4×0,5

Pour (d) : - si $x = 0$, $y = -\frac{5}{3} \times 0 + 2 = 2$ d'où $A(0;2) \in (d)$

- si $x = 3$, $y = -5 + 2 = -3$, d'où $B(3;-3) \in (d)$

Pour (d') : - si $x = 0$, $y = \frac{1}{5} \times 0 - 6 = -6$ d'où $C(0;-6) \in (d')$

- si $x = 5$, $y = \frac{1}{5} \times 5 - 6 = 1 - 6 = -5$, d'où $D(5;-5) \in (d')$

NOM :……………………………………………Prénom :……………………………

Exercice 3 : 4

Soient A(-5 ;3) , B(7 ;3) , C(-5 ;6) et D(2 ;-1) quatre points du plan.

Répondre aux questions suivantes **en justifiant soigneusement** :

1) Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) $x_A \neq x_B$ et $y_A = y_B = 3$

1 d'où (AB) est une droite horizontale (AB) a pour équation $y = 3$

2) Déterminer l'équation réduite de la droite (AC)

1 $x_A = x_C$, d'où (AC) est une droite verticale.

(AC) a pour équation : $\boxed{x = -5}$

3) Déterminer l'équation réduite de la droite (AD)

$x_A \neq x_D$, $y_A \neq y_D$, d'où (AD) est une droite oblique

1

(AD): $y = ax + b$

calcul de $a = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} = \frac{-1-3}{2-(-5)} = \frac{-4}{7}$

(AD): $y = -\frac{4}{7}x + b$

or, $A(-5;3) \in (AD)$, d'où :

$y_A = -\frac{4}{7}x_A + b$

$\Leftrightarrow 3 = -\frac{4}{7}\times(-5) + b$

$\Leftrightarrow 3 - \frac{20}{7} = b \Leftrightarrow b = \frac{1}{7}$

d'où : $\boxed{(AD): y = -\frac{4}{7}x +}$

4) Déterminer l'équation réduite de la droite (d) telle que (d) // (AD) et C ∈ (d)

Comme (d) // (AD), alors ces deux droites ont des coefficients directeurs égaux.

$a_{(d)} = -\frac{4}{7}$ d'où (d) : $y = -\frac{4}{7}x + b$

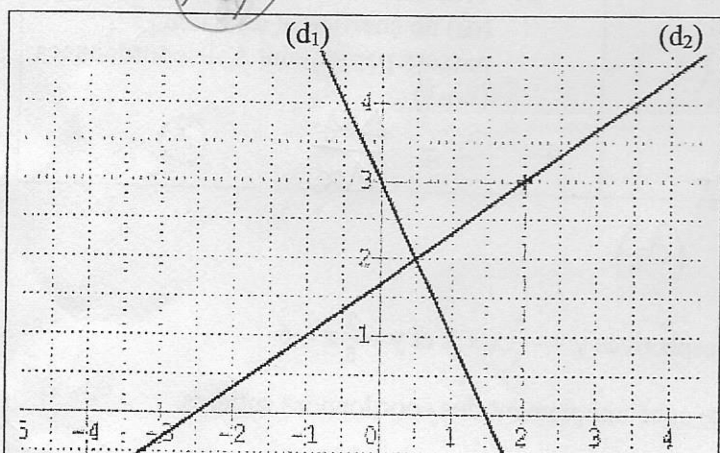
1 or, $C(-5;6) \in (d)$: $y_C = -\frac{4}{7}x_C + b \Leftrightarrow 6 = -\frac{4}{7}\times(-5) + b$.

$\Leftrightarrow 6 - \frac{20}{7} = b$

$\Leftrightarrow \frac{22}{7} = b$

Donc (d) a pour éq. réduite : $\boxed{y = -\frac{4}{7}x + \frac{22}{7}}$

Exercice 4 : 3



1) Déterminer graphiquement l'équation réduite de la droite (d_1) 1

$a_{(d_1)} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$

$(d_1): y = -2x + b$

$b = 3$ (ordonnée à l'origine).

Donc : $\boxed{(d_1): y = -2x + 3}$

2) Même question avec (d_2)

$a_{(d_2)} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$

$(d_2): y = \frac{2}{3}x + p$

or $M(2;3) \in (d_2)$

d'où $3 = \frac{2}{3}\times 2 + p$

$\Leftrightarrow 3 - \frac{4}{3} = p$ 1

$\Leftrightarrow \frac{5}{3} = p$

Donc $\boxed{(d_2): y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}}$

3) Calculer les coordonnées de leur point d'intersection :

(d_1) et (d_2) sont sécantes. On doit résoudre le système : $\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \end{cases}$ 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x+3 \\ \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} = -2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x+3 \\ \frac{2}{3}x + \frac{6}{3}x = 3 - \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x+3 \\ \frac{8}{3}x = \frac{4}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x+3 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ donc $I\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ point d'intersection de (d_1) et (d_2)

NOM :………………………………………………Prénom :……………………………

Exercice 5 : /3

Soient quatre points $A(0\,;\frac{3}{2})$, $E(1\,;-\frac{1}{2})$, $F(-\frac{3}{2}\,;0)$ et $G(\frac{5}{2}\,;1)$

1) Montrer que les droites (AE) et (FG) sont sécantes. $x_A \neq x_E$ et $y_A \neq y_E$ d'où (AE) oblique.

1

$$\left.\begin{array}{l} a_{(AE)} = \dfrac{y_E - y_A}{x_E - x_A} = \dfrac{-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}}{1-0} = \dfrac{-2}{1} = -2 \\ a_{(FG)} = \dfrac{y_G - y_F}{x_G - x_F} = \dfrac{1-0}{\frac{5}{2}+\frac{3}{2}} = \dfrac{1}{4} \end{array}\right\} \begin{array}{l} a_{(AE)} \neq a_{(FG)} \\ \text{donc } \underline{(AE) \text{ et } (FG) \text{ sont sécantes}} \end{array}$$

2) Calculer les coordonnées du point d'intersection de (AE) avec (FG)

Equation de (AE) : $y = -2x + p$, or $A \in (AE)$

d'où $y_A = -2x_A + p$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2} = p$ d'où $(AE) : y = -2x + \frac{3}{2}$

Equation de (FG) : $y = \frac{1}{4}x + p$, or $F \in (FG)$, d'où $y_F = \frac{1}{4}x_F + p$

$\Leftrightarrow 0 = \frac{1}{4}\times(-\frac{3}{2}) + p$

$\Leftrightarrow \frac{3}{8} = p$ ~~d'où (FG) : y~~

d'où $(FG) : y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{8}$

Soit $M(x;y)$ point d'intersection de (AE) et (FG) :

2

$$\begin{cases} y = -2x + \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + \frac{3}{2} \\ -2x + \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x + \frac{3}{8} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + \frac{3}{2} \\ -\frac{8}{4}x - \frac{1}{4}x = \frac{3}{8} - \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + \frac{3}{2} \\ -\frac{9}{4}x = \frac{3}{8} - \frac{12}{8} = -\frac{9}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + \frac{3}{2} \\ x = -\frac{9}{8}\times(-\frac{4}{9}) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2\times\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Donc M a pour coordonnées $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

Exercice 6 : /4

Soit $A(x) = (3x - 1)^2 - (x + 5)(1 - 3x)$

1) Développer A(x)

$A(x) = (3x)^2 - 2\times 3x\times 1 + 1^2 - (x - 3x^2 + 5 - 15x)$

$= 9x^2 - 6x + 1 - x + 3x^2 - 5 + 15x$

$= \underline{12x^2 + 8x - 4}$

1

2) Factoriser A(x) :

$A(x) = (3x-1)^2 + (x+5)(3x-1)$

$= (3x-1)[(3x-1) + (x+5)]$

$= \underline{(3x-1)(4x+4)}$

1

NOM :……………………………………………Prénom :……………………………

3) En déduire la résolution de A(x) > 0

$A(x) > 0 \iff (3x-1)(4x+4) > 0$

$3x-1 > 0$ $\qquad$ $4x+4 > 0$

$\iff 3x > 1$ $\qquad$ $\iff 4x > -4$

$\iff x > \frac{1}{3}$ $\qquad$ $\iff x > -1$

2

Tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
signe de $3x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $4x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $A(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc :

$S =]-\infty ; -1[\cup]\frac{1}{3} ; +\infty[$