

Seconde

Contrôle du contrôle Plaque n° 2

Mathématiques

(Sujet A)

(Part 604/05/11)

1

Exercice (1)

1) a) La 1^{ère} semaine : 12 km
La 2^{ème} semaine : $12 + 12 \times \frac{7}{100} = 12 \times (1 + \frac{7}{100})$
 $= 12 \times \frac{107}{100}$
 $= \underline{12 \times 1,07}$

b) La 2^{ème} semaine : $12 \times 1,07 = \underline{12,84 \text{ km}}$
2) Pour $N=5$

	Initialisation	1 ^{er} passage ds la boucle	2 ^{ème} passage ds la boucle	3 ^{ème} passage ds la boucle	4 ^{ème} passage ds la boucle	5 ^{ème} passage ds la boucle
I	///	2	3	4	5	6
D	12	12,84	≈ 13,94	≈ 14,7	≈ 15,43	16,3

b) L'algorithme affichera la distance parcourue à la N^{ème} semaine

3) a) Au cours des 2 premières semaines, la distance parcourue est de $12 + 12,84 = \underline{24,84 \text{ km}}$

b) Traitement: Pour I allant de 2 à N Faire
D prend la valeur $D \times 1,07$
S prend la valeur $S + D$

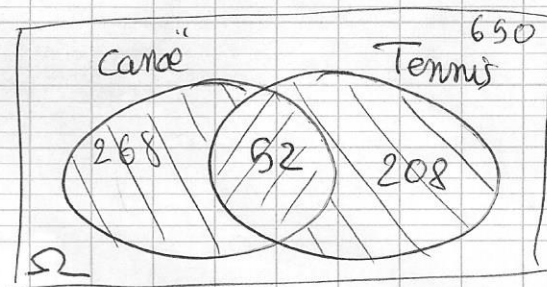
Fin Pour

sortie :

Afficher S

Exercice (2)

1)



- 2) C: "le vacancier fait du canoë"
T: "le vacancier fait du tennis"

a) "Le vacancier choisi fait du canoë et pas de tennis": $C \cap \bar{T}$

$$P(C \cap \bar{T}) = \frac{268}{650} \quad (\text{d'après le diagramme de Venn})$$

$$= \frac{134}{325} \approx \underline{0,41}$$

b) $C \cup T$: "Le vacancier choisi fait du canoë ou du tennis"

$$P(C \cup T) = P(C) + P(T) - P(C \cap T)$$

$$= \frac{320}{650} + \frac{260}{650} - \frac{52}{650}$$

$$= \frac{528}{650} = \frac{264}{325} \approx \underline{0,81}$$

c) "Le vacancier ne fait ni du tennis, ni du canoë" = $\bar{C} \cap \bar{T}$

$$P(\bar{C} \cap \bar{T}) = P(\overline{C \cup T}) = 1 - P(C \cup T)$$

$$= 1 - \frac{264}{325} = \frac{325 - 264}{325} = \frac{61}{325} \approx \underline{0,19}$$

a)

	Filles	Garçons	Total
Moins de 18 ans	56	$144 - 56 = 88$	$320 - 176 = 144$
18 ans ou plus	56	$208 - 88 = 120$	176
Total	$320 - 208 = 112$	208	320

$$\frac{112}{2} = \underline{56}$$

$$320 \times \frac{65}{100} = 208$$

$$320 \times \frac{55}{100} = 176$$

G: "la personne est un garçon"

A: "la personne a 18 ans ou plus"

b) $\bar{G} \cup \bar{A}$: "la personne est une fille ou a moins de 18 ans"

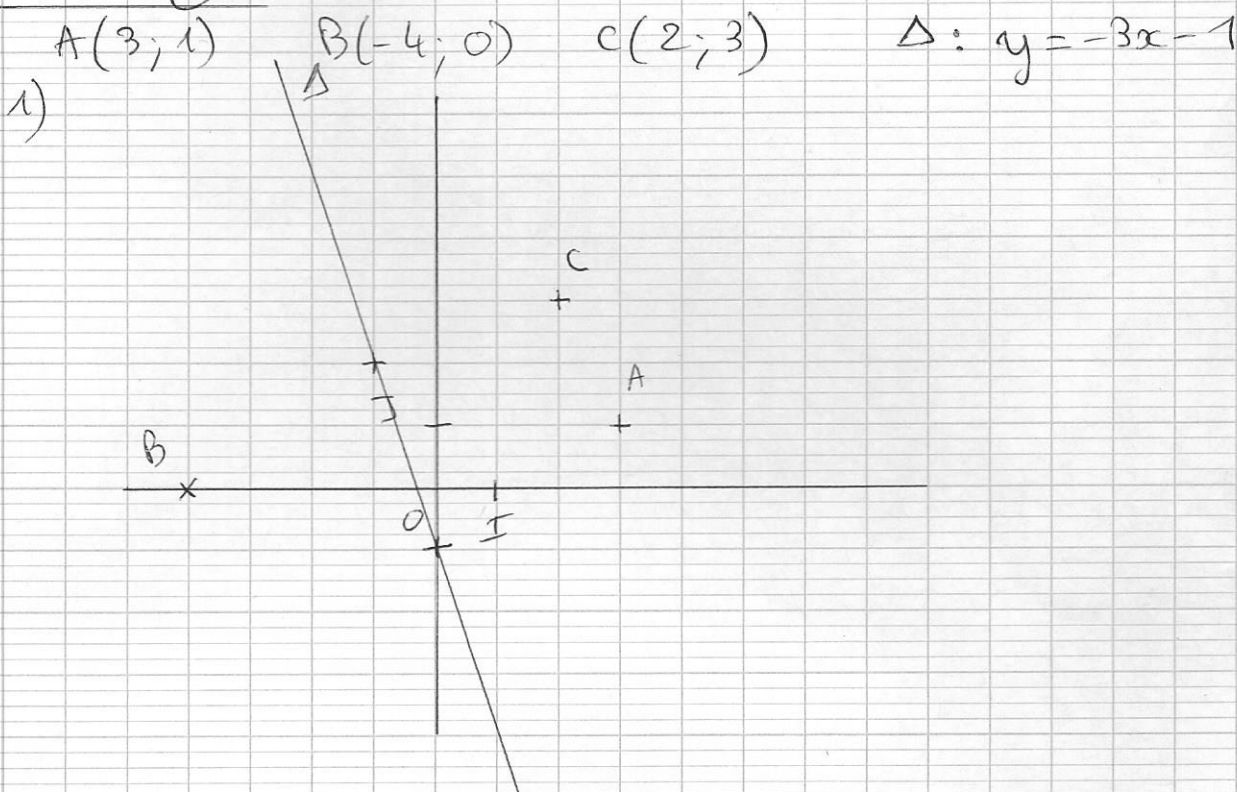
c) $P(\bar{G} \cup \bar{A}) = P(\bar{G}) + P(\bar{A}) - P(\bar{G} \cap \bar{A})$

$$= \frac{112}{320} + \frac{448}{320} - \frac{56}{320} = \frac{200}{320} = \frac{5}{8} = 0,625$$

3

$$d) P(G \cap A) = \frac{120}{320} = \frac{12}{32} = \left[\frac{3}{8} \right] = 0,375$$

Exercice (3):



$\Delta: y = -3x - 1$ Calculons les coordonnées de 2 points de Δ :

x	0	-1
y	-1	2

F(0; 1) et G(-1; 2) points de Δ

2) $\begin{cases} x_A \neq x_B \\ y_A \neq y_B \end{cases}$ donc (AB) est une droite oblique.

(AB) admet pour équation $y = ax + b$
 avec $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 1}{-4 - 3} = \frac{-1}{-7} = \frac{1}{7}$

D'où $y = \frac{1}{7}x + b$ or, $A \in (AB)$, d'où $y_A = \frac{1}{7}x_A + b$
 $\Leftrightarrow 1 = \frac{1}{7} \times 3 + b \Leftrightarrow b = \frac{4}{7}$

4

Donc (AB) a pour équation $y = \frac{1}{7}x + \frac{4}{7}$

3) a)
$$\begin{cases} -x + 7y = 4 \\ 3x + y = -1 \end{cases} \quad (\times 3) \quad \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 21y = 12 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$$

Par addition :

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} 22y = 11 \\ 3x + y = -1 \end{cases} & \quad L_1 + L_2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{11}{22} = \frac{1}{2} \\ 3x = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases} & \quad \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Donc $S = \left\{ \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right) \right\}$

b) (AB) a pour équation $y = \frac{1}{7}x + \frac{4}{7}$
 $\Leftrightarrow 7y = x + 4$ (en multipliant par 7)
 $\Leftrightarrow -x + 7y = 4$

(A) a pour équation : $y = -3x - 1 \Leftrightarrow 3x + y = -1$

Soit $E(x; y)$ point d'intersection de (AB) et (A)
(ce point existe car $a_{(AB)} = \frac{1}{7} \neq -3 = a_{(A)}$)

$(x; y)$ solution du système
$$\begin{cases} -x + 7y = 4 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$$

D'après 3a) :

$E \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$

c) Soit $M(x; y)$ milieu de [AB] :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + (-4)}{2} = -\frac{1}{2} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 0}{2} = \frac{1}{2}$$

Donc $M \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$ donc E est bien le milieu de [AB]

- 4) D symétrique de C par rapport à E
 $\Leftrightarrow$ E milieu de [DC]

$$x_E = \frac{x_D + x_C}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} = \frac{x_D + 2}{2} \Leftrightarrow -1 = x_D + 2$$

$$\Leftrightarrow x_D = -1 - 2 = \underline{\underline{-3}}$$

$$y_E = \frac{y_D + y_C}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{y_D + 3}{2} \Leftrightarrow 1 = y_D + 3$$

$$\Leftrightarrow y_D = 1 - 3 = \underline{\underline{-2}}$$

Donc D a pour coordonnées $(-3; -2)$

- 5) E milieu de [CD] } Le quadrilatère ACBD a ses
 et E milieu de [AB] } diagonales qui se coupent en leur milieu

Donc ACBD est un parallélogramme.

6) a)

Le repère étant orthonormé :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(-4 - 3)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = \underline{\underline{5\sqrt{2}}}$$

$$DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{(2 + 3)^2 + (3 + 2)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = \underline{\underline{5\sqrt{2}}}$$

Le parallélogramme a ses diagonales de même longueur

Donc ACBD est un rectangle

- c) Comme ACBD est un rectangle, ABC est un triangle rectangle en C.

Or, dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit est situé au milieu de l'hypoténuse.

(6)

Or, ici, l'hypoténuse est $[AB]$.

D'après la question 3 c), E est le milieu de $[AB]$

Donc E est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

Exercice (4):

Partie (A)

de plus, $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{\frac{512}{2}}$.

1) $x = 7 \text{ cm}$

Par lecture graphique, $A(7) = 6 \text{ cm}^2$

2) Pour avoir une aile de 4 cm^2

$A(x) = 4$ - On cherche les éventuels antécédents de 4 par A .

On trouve : $x = 6 \text{ cm}$ et $x = 9 \text{ cm}$.

L'aile du logo sera de 4 cm^2 , si $x = 6 \text{ cm}$ ou $x = 9 \text{ cm}$

3)

$A(x) \geq 0$: On cherche les abscisses des points de la parabole situés au-dessus de l'axe des abscisses.

$S = [5; 10]$

La largeur des cartes de visite doit être située entre 5 cm et 10 cm pour avoir une zone réservée au logo.

Partie (B):

1) $A(x) = \text{Aire}(EFGH) = EB \times EF$

$= (10-x) \times (x-5)$

$= \boxed{(x-5) \times (10-x)}$

$=$

2) $A(x) \geq 0 \Leftrightarrow (x-5)(10-x) \geq 0$

(7)

$$x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$$

$$10 - x \geq 0 \Leftrightarrow -x \geq -10 \Leftrightarrow x \leq 10$$

Tableau de signes:

x	0	5	10
Signe de $x-5$	-	0	+
Signe de $10-x$	+	+	0
Signe de $A(x)$	-	0	+

Donc $A(x) \geq 0$ pour
 $x \in [5; 10]$

L'aire $A(x)$ existe
pour $x \in [5; 10]$.

$$3) A(x) = (x-5)(10-x)$$

$$\text{on, } (x-5)(10-x) = 10x - x^2 - 50 + 5x \\ = -x^2 + 15x - 50$$

$$\text{Donc: } \underline{A(x) = -x^2 + 15x - 50}$$

4)

$$\underline{B(x) = -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} = \frac{25}{4} - \left(x - \frac{15}{2}\right)^2}$$

$$= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{15}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{5}{2} + \left(x - \frac{15}{2}\right)\right)\left(\frac{5}{2} - \left(x - \frac{15}{2}\right)\right)$$

$$= (x-5)(-x+10)$$

$$= \underline{(x-5)(10-x) = A(x)}$$

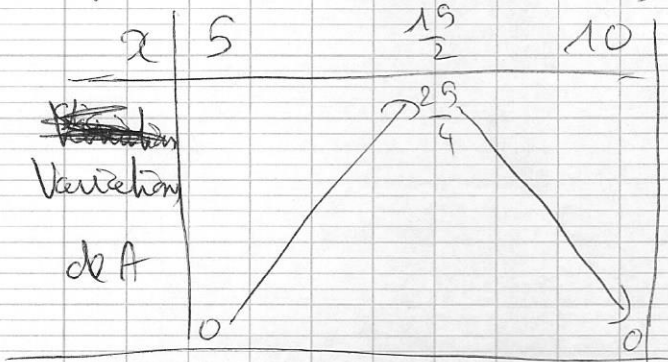
5) $B(x)$: forme canonique de A .

$$\text{On sait que } B(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$$

Par identification: $\begin{cases} a = -1 < 0, \text{ d'où } A \text{ est d'abord croissante, puis} \\ \alpha = \frac{15}{2} \\ \beta = \frac{25}{4} \end{cases}$ décroissante.

Si on note S : le sommet de la parabole
 $S\left(\frac{15}{2}; \frac{25}{4}\right)$

Voici le tableau de variations suivant:



$$A(5) = 0$$

$$A(10) = 0$$

6) D'après les variations de A , $\frac{25}{4}$ est le maximum de A sur $[5, 10]$ atteint en $x = \frac{15}{2}$

Donc: si $x = \frac{15}{2} = 7,5$ cm, l'aire du logo est maximale.
 Les dimensions de la carte sont: $10 \text{ cm} \times 7,5 \text{ cm}$

L'aire est alors de $\frac{25}{4} = 6,25 \text{ cm}^2$

$$7) a) (x-6)(-x+9) = 0$$

$$\Leftrightarrow x-6=0 \text{ ou } -x+9=0$$

$$\Leftrightarrow x=6 \text{ ou } x=9$$

$$\boxed{S = \left\{ 6; 9 \right\}}$$

$$b) A(x) = 4 \Leftrightarrow -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} = 4$$

$$\Leftrightarrow -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{4} - \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} + x - \frac{15}{2}\right)\left(\frac{3}{2} - x + \frac{15}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-6)(-x+9)=0$$

D'après 7a), $S = \{6; 9\}$

Exercice (5):

1) $A(x) = \frac{(1-x)(2x+1)}{x}$

Valeur interdite : A est définie si et seulement si $x \neq 0$
L'étude du signe de A va donc se faire sur $\mathbb{R}^*$

$$1-x \geq 0$$

$$2x+1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -x \geq -1$$

$$\Leftrightarrow 2x \geq -1$$

$$\Leftrightarrow x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

Tableau de signes:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	1	$+\infty$
signe de $1-x$		+	+	+ 0 -	-
signe de $2x+1$	-	0 +	+	+	+
signe de x	-	-	0 +	+	+
signe de $A(x)$	+	0 -	+	0 -	-

* $A(x) \geq 0$ pour $x \in]-\infty; -\frac{1}{2}] \cup]0; 1]$

* $A(x) < 0$ pour $x \in [-\frac{1}{2}; 0[\cup [1; +\infty[$

2) Voir la courbe.

3) a) On trace la droite horizontale d'équation $y = -3$
Les solutions sont les abscisses des points d'intersection entre la courbe de f et la droite

Une seule solution:

$$S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

(10)

$$b) 1 \leq \frac{1}{x} \leq 4.$$

On trace les droites horizontales d'équations respectives $y=1$ et $y=4$.

Les solutions sont les abscisses des points de la courbe de f situés entre les 2 droites.

$$S = \left[\frac{1}{4}; 1 \right]$$

$$4) \text{ (D)}: y = 2x - 1 \quad \text{On calcule les coordonnées de deux points de (D)}$$

x	0	1
y	-1	1

$$5) \frac{1}{x} > 2x - 1$$

On cherche les abscisses des points de l'hyperbole situés strictement au-dessus de (D)

$$S =]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]0; 1[$$

$$6) a) \frac{1}{x} - (2x - 1) = \frac{1 - x(2x - 1)}{x} = \frac{1 - 2x^2 + x}{x}$$

$$\text{Or, } (1-x)(2x+1) = 2x+1-2x^2-x = -2x^2+x+1$$

$$\text{Donc: } \frac{1}{x} - (2x - 1) = \frac{(1-x)(2x+1)}{x}$$

$$b) \frac{1}{x} > 2x - 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - (2x - 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1-x)(2x+1)}{x} > 0$$

Or, d'après 1), $\frac{(1-x)(2x+1)}{x} > 0$ pour $x \in]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]0; 1[$
 On relie le résultat de 5) obtenu graphiquement