

Exercice (1): (2)

1)	Initialisation	Après la 1 ^{ère} boucle	Après la 2 ^{ème} boucle	Après la 3 ^{ème} boucle	Après la 4 ^{ème} boucle
i	///	1	2	3	4
a	10 000	9895	9791	9688	9590

(0,75)

$$10\,000 \times 0,99 - 5 = 9895$$

$$9791 \times 0,99 - 5 \approx 9688$$

$$9895 \times 0,99 - 5 \approx 9791$$

$$9688 \times 0,99 - 5 \approx 9590$$

Après la 4^{ème} boucle, l'algorithme affichera 9 590

2) a) Initialement, le marchand possède 10 000 sacs de farine.
Après la 1^{ère} échue :

comme il doit payer 1% de son chargement, il lui reste 99%.

Ensuite, il donne 5 sacs

$$\text{Il lui reste après la 1^{ère} échue : } 0,99 \times 10\,000 - 5 = 9895$$

Il lui restera 9895 sacs

(0,25)

b) Comme il y en a 63, il faut $n = 63$ pour que l'algorithme réponde au problème posé.

(0,25)

c) Perte de 3% : le coefficient multiplicateur est $1 - \frac{3}{100} = 0,97$

Algorithme :

Initialisation

- n prend la valeur 63

- a prend la valeur 40 000

Traitement :

- Pour i allant de 1 à n

- a prend la valeur $a \times 0,97 - 4$

Fin Pour

Afficher a

(0,75)

Exercice 2.

1) $R(x) = 50x$ (car chaque vase est vendu 50 €)

2) a) La fonction coût est représentée par la parabole P.

On lit sur la courbe $C(30) \approx 1100$

Donc 30 vases nécessitent un coût de production d'environ 1100 €

b) On trace la droite horizontale d'équation $y = 1700$.

La solution est l'abscisse du point d'intersection de cette droite avec la parabole P.

On trouve environ $x = 49$

c) Pour avoir un bénéfice nul, le coût de production doit être égal à la recette.

On, P et d ont deux points d'intersection

Pour obtenir un bénéfice nul, il faut vendre 10 vases ou 50 vases

d) Les solutions de l'inéquation sont les abscisses des points de la courbe P situés strictement en dessous de la droite d.

$$I =]10; 50[$$

On a: $C(x) < R(x) \Leftrightarrow R(x) - C(x) > 0$

Or, $R(x) - C(x)$ est le bénéfice correspondant

Pour $x \in]10; 50[$, le bénéfice est strictement positif.

Par conséquent, l'artisan vendra entre 11 et 49 vases.

3) a) On a $B(x) = R(x) - C(x)$

$$= 50x - (x^2 - 10x + 500)$$

$$= -x^2 + 10x + 50x - 500$$

$$= -x^2 + 60x - 500$$

$$\text{Or, } -(x-30)^2 + 400 = -(x^2 - 60x + 900) + 400$$

$$= -x^2 + 60x - 900 + 400$$

$$= -x^2 + 60x - 500 = B(x)$$

Donc $B(x) = -(x-30)^2 + 400$ (c'est la forme canonique de B) (3)

b) $(x-10)(-x+50) = -x^2 + 50x + 10x - 500$
 $= -x^2 + 60x - 500 = B(x)$ (0,5)

Donc $B(x) = (x-10)(-x+50)$.

c) $B(x) = (x-10)(-x+50) > 0$ dans $[0; 60]$
 $x-10=0 \Leftrightarrow x=10$ $-x+50=0 \Leftrightarrow x=50$

Tableau de signes:

x	0	10	50	60	
signe de $-x-10$	-	0	+	+	
signe de $-x+50$	+	+	0	-	
signe de $(x-10)(x-50)$	-	0	+	0	-

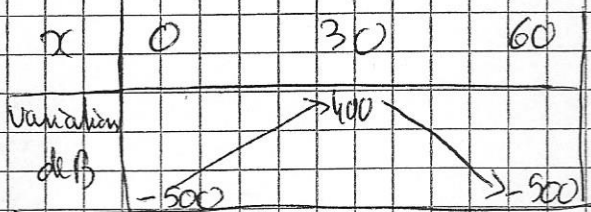
$B(x) > 0$ pour $x \in]10; 50[$
 $S =]10; 50[$

d) Il réalisera un bénéfice si il vend entre 11 et 49 vases (0,25)

4)a) On a $B(x) = -(x-30)^2 + 400$ (forme canonique de B)

$B(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$, d'où par identification: $\begin{cases} a = -1 \\ \alpha = 30 \\ \beta = 400 \end{cases}$
 $a = -1 < 0$, d'où B est d'abord croissante, puis décroissante.

Voici le tableau de variation de B.



b) B atteint son maximum en $x=30$ et ce maximum vaut 400€

Donc l'artisan devra fabriquer 30 vases par réaliser un bénéfice

maximum de 400€.

Achète 1 vase par semaine au plus

Achète 2 vases par semaine

Total

$\frac{3}{10} \times 250 = 75$

$250 - 75 = 175$

$250 - 90 = 160$

Exercice (3)

Achète 1 vase par semaine

$175 - 100 = 75$

$90 - 65 = 25$

(90)

Achète 2 vases par semaine

$160 - 50 = 110$

$75 \times \frac{2}{3} = 50$

(160)

Total

(175)

(25)

(250)

$\frac{36}{100} \times 250 = 90$

(1)

2) $p(A) = P(\text{"la personne achète des yaourts une fois au plus"})$ (4)
 par semaine")

$$= \frac{175}{250} = \boxed{\frac{7}{10}} \quad (0,25)$$

$p(H) = P(\text{"la personne achète des yaourts à l'hypermarché"})$

$$= \frac{160}{250} = \boxed{\frac{16}{25}} \quad (0,25)$$

3) C : "la personne achète des yaourts à la ferme une fois par semaine au plus"

$$C = F \cap A \quad (0,25)$$

d'après le tableau: $p(C) = \frac{65}{250} = \boxed{\frac{13}{50}} \quad (0,25)$

4) D : "la personne achète des yaourts à l'hypermarché ou moins d'une fois par semaine"
 on a: $D = H \cup B$ (0,25)

$$\begin{aligned} p(D) &= p(H \cup B) = p(H) + p(B) - p(H \cap B) \\ &= \frac{160}{250} + \frac{75}{250} - \frac{50}{250} \\ &= \frac{185}{250} = \boxed{\frac{37}{50}} \quad (0,25) \end{aligned}$$

5) E : "la personne achète des yaourts moins d'une fois par semaine sachant qu'elle les achète en hypermarché"

d'après le tableau: $p(E) = \frac{50}{160} = \boxed{\frac{5}{16}} \quad (0,25)$

Exercice (h)

$A(-2; 2) \quad B(5; 6) \quad C(4; 1) \quad D(-3; -3)$

1) Voir figure (0,25) (0,25)

2) $\vec{MC} = \frac{1}{3} \vec{AC}$ Notons $(x; y)$ les coordonnées de M

on a: $\vec{MC} (x_c - x_m; y_c - y_m)$ et $\vec{AC} (x_c - x_a; y_c - y_a)$
 $(4 - x; 1 - y) \quad (4 + 2; 1 - 2)$

D'au: $\vec{AC}(6; -1)$

(5)

On a:
$$\begin{cases} 4-x = \frac{1}{3} \times 6 \\ 1-y = \frac{1}{3} \times (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4-2 = 2 \\ y = 1+\frac{1}{3} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Donc $M(2; \frac{4}{3})$

(0,5)

3) a) On a: $\vec{AB}(x_B-x_A; y_B-y_A)$ et $\vec{DC}(x_D-x_C; y_D-y_C)$
 $(5+2; 6-2)$ $(4+3; 1+3)$
 $(7; 4)$ $(7; 4)$

d'au $\vec{AB} = \vec{DC}$

(0,5)

on $\vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow ABCD$ est un parallélogramme.

b) $BD = \sqrt{(x_D-x_B)^2 + (y_D-y_B)^2}$

(0,5)

$= \sqrt{(-3-5)^2 + (-3-6)^2}$

$= \sqrt{64+81}$

$= \sqrt{145}$

on a $AB = \sqrt{65}$ et $AD = \sqrt{26}$

(0,25)

$AC = \sqrt{(x_C-x_A)^2 + (y_C-y_A)^2} = \sqrt{(4+2)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$

on, $AC \neq BD$ (les diagonales de $ABCD$ n'ont pas la même longueur)

Donc $ABCD$ n'est pas un rectangle

(0,25)

4) K milieu de $[CD]$.

$x_K = \frac{x_C+x_D}{2} = \frac{4+(-3)}{2} = \frac{1}{2}$ et $y_K = \frac{y_C+y_D}{2} = \frac{1+(-3)}{2} = -1$

(0,5)

Donc $K(\frac{1}{2}; -1)$

5) On a:

$\vec{KM}(x_M-x_K; y_M-y_K)$

$(2-\frac{1}{2}; \frac{4}{3}-(-1))$

$(\frac{3}{2}; \frac{7}{3})$

$\vec{KB}(x_B-x_K; y_B-y_K)$

$(5-\frac{1}{2}; 6-(-1))$

$(\frac{9}{2}; 7)$

(0,5)

on a: $3\vec{KM}(\frac{9}{2}; 7)$ d'au $\vec{KB} = 3\vec{KM}$ ($\vec{KB}$ et $\vec{KM}$ sont colinéaires avec 1^{er} commun, donc K, B et M sont alignés).

6) $L(\frac{3}{2}; 4)$

(6)

On a $\vec{DL}(x_L - x_D; y_L - y_D)$
 $(\frac{3}{2} + 3; 4 + 3)$
 $(\frac{9}{2}; 7)$

Or, dans la question 5), on a vu que: $\vec{KB}(\frac{9}{2}; 7)$ (0,5)

d'où $\vec{DL} = \vec{KB}$ (c'est-à-dire DLBK est un parallélogramme)

donc $(DL) \parallel (BK)$

7) Equation de (AB): $y = mx + p$

On a: $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6 - 2}{5 - (-2)} = \frac{4}{7}$

d'où $y = \frac{4}{7}x + p$

or, $A(-2; 2) \in (AB)$, d'où: $2 = \frac{4}{7} \times (-2) + p$

$\Leftrightarrow p = 2 + \frac{8}{7} = \frac{22}{7}$

Donc: $(AB): y = \frac{4}{7}x + \frac{22}{7}$ (0,45)

On a: $L(\frac{3}{2}; 4)$: $\frac{4}{7}x_L + \frac{22}{7} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{2} + \frac{22}{7}$
 $= \frac{6}{7} + \frac{22}{7}$
 $= \frac{28}{7} = 4 = y_L$ (0,25)

Donc $L \in (AB)$ (ces deux coordonnées vérifient l'équation réduite de la droite (AB))

Exercice 5: $f(x) = \frac{-10x+1}{5x-5}$

1) f est définie si et seulement si $5x-5 \neq 0$ } D'où: $D = \mathbb{R} - \{1\}$ (0,5)
 car, $5x-5=0 \Leftrightarrow x=1$

2) Étude du signe de $\frac{-10x+1}{5x-5}$

On a: $-10x+1=0 \Leftrightarrow -10x=-1$
 $\Leftrightarrow x = \frac{1}{10}$

D'où le tableau de signes suivant:

(7)

x	$-\infty$	$\frac{1}{10}$	1	$+\infty$
signe de $-10x+1$	+	0	-	-
signe de $5x-5$	-	-	0	+
signe de $f(x)$	-	0	+	-

$$-10x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{10}$$

$$5x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

Donc :

$$\boxed{\begin{array}{l} f(x) \geq 0 \text{ pour } x \in \left[\frac{1}{10}; 1\right[\\ f(x) \leq 0 \text{ pour } x \in]-\infty; \frac{1}{10}[\cup]1; +\infty[\end{array}} \quad (1)$$

3) soit $x \in \mathbb{D}$.

$$-2 - \frac{9}{5x-5} = \frac{-2(5x-5) - 9}{5x-5} = \frac{-10x+10-9}{5x-5} = \frac{-10x+1}{5x-5} = f(x)$$

Donc $f(x) = -2 - \frac{9}{5x-5}$ (0,5)

4) x est un antécédent de -1 par $f \Leftrightarrow f(x) = -1$

$$\Leftrightarrow \frac{-10x+1}{5x-5} = -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{-10x+1}{5x-5} + \frac{5x-5}{5x-5} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-5x-4}{5x-5} = 0 \quad (0,75)$$

$$(S \neq \emptyset, \frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0)$$

$$\Leftrightarrow -5x-4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -5x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{5}$$

Donc -1 a un seul antécédent par f : $-\frac{4}{5}$.

5) On doit donc résoudre $f(x) = -2$ } d'où $-\frac{9}{5x-5} = 0$ (0,5)
 Or, $f(x) = -2 - \frac{9}{5x-5}$ (question 3)

cette équation n'a pas de solution (car si $A \neq 0$
 $\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0$).

Donc : il n'y a pas de point d'intersection
entre C et la droite d'équation $y = -2$

6) - Par l'intersection de C avec l'axe des ordonnées, on va

(8)

~~calculer~~: $f(0) = \frac{-10 \cdot 0 + 1}{5 \cdot 0 - 5} = \frac{1}{-5} = -0,2$

Donc: C et l'axe des ordonnées ont un seul point commun de coordonnées $(0; -0,2)$

(9,5)

- Par l'intersection avec l'axe des abscisses:

On doit résoudre: $f(x) = 0$

Équation: $\frac{-10x + 1}{5x - 5} = 0$

$\Leftrightarrow -10x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{10}$

(9,75)

Donc: C et l'axe des abscisses ont un seul point d'intersection de coordonnées $(\frac{1}{10}; 0)$